



**ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ
КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ:
ТЕРМОДИНАМИКА,
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

МОСКВА
МФТИ
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Московский физико-технический институт
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)
Кафедра общей физики

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ: ТЕРМОДИНАМИКА, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

Составители:

А. В. Гуденко, Ю. Н. Извекова,
С. Д. Кузьмичев, П. В. Попов, Ю. Н. Филатов

МОСКВА
МФТИ
2012

УДК 530.1

Р е ц е н з е н т

Кандидат физико-математических наук, доцент *Г. А. Никитаева*

Избранные задачи курса общей физики: термодинамика, электромагнетизм: учебно-методическое пособие по курсу *Общая физика* / сост. А.В. Гуденко, Ю.Н. Извекова, С.Д. Кузьмичев, П.В. Попов, Ю.Н. Филатов. — М.: МФТИ, 2012. — 32 с.

Представлены задачи различной сложности, отобранные для студентов МФТИ, изучающих физику в рамках направления «Прикладная математика и информатика», «Компьютерная безопасность» и др. Большая часть задач взята из «Сборника задач по общему курсу физики» под ред. В. А. Овчинкина (соответствующие номера отмечены в скобках, задачи к семинарам 1–5 взяты из Т. 1 «Термодинамика», а семинары 6–12 — из Т. 2 «Электричество и магнетизм»), при этом в условия некоторых задач были внесены изменения методического характера.

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2012

1. Основы молекулярно-кинетической теории газов

0

1.1. Найти молярную массу воздуха. Состав воздуха по массе: O_2 — $\alpha_1 = 23,1\%$; N_2 — $\alpha_2 = 75,5\%$; Ar — $\alpha_3 = 1,3\%$; другие газы — $0,1\%$.

1.2. Найти отношение числа молекул водорода n_1 , скорости которых лежат в пределах от 3000 до 3010 м/с, к числу молекул n_2 , имеющих скорости в пределах от 1500 до 1501 м/с, если температура водорода 300 К.

1.3. Атмосферное давление на вершине небоскрёба на 8,7% ниже, чем на первом этаже. Оцените высоту здания. Температура окружающего воздуха $\sim 37^\circ\text{C}$.

I

1.4. Найти коэффициенты объёмного расширения α , модуля сжатия K и термический коэффициент давления λ для идеального газа. Выразить связь между этими коэффициентами в общем случае для физически однородного изотропного тела. Рассчитать, какое максимальное давление может возникнуть при нагревании ртути от 0 до 10°C , если для неё $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $1/K = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ атм}^{-1}$.

1.5. Выразить число молекул j , ударяющихся о квадратный сантиметр стенки сосуда в одну секунду, через среднюю скорость v движения газовых молекул, если функция распределения молекул по скоростям изотропна (т.е. не зависит от её направления). Для случая максвелловского распределения по скоростям определить среднюю энергию молекул, ударяющихся о стенку.

1.6. Вычислить температуру T моля одноатомного газа, состоящего из частиц, имеющих два дискретных уровня энергии: $\varepsilon_1 = -\varepsilon_0$ и $\varepsilon_2 = +\varepsilon_0$, где ε_0 — известная константа. Разность между числом атомов, находящихся в этих состояниях, равна ΔN .

1.7. (8.5) Пользуясь формулой Больцмана, найти среднюю потенциальную энергию $\langle \varepsilon_{\text{пот}} \rangle$ молекулы газа в земной атмосфере, считая последнюю изотермической (с температурой T), а поле тяжести однородным. Вычислить теплоёмкость газа C в этих условиях.

II

1.8. Исходя из распределения Максвелла по проекциям скоростей, найти средний квадрат x -компоненты скорости молекул газа с молярной массой μ при температуре T . Найти отсюда среднюю кинетическую

энергию, приходящуюся на одну степень свободы поступательного движения молекулы газа.

1.9. Записать функцию распределения молекул водорода по энергиям при вращательном движении вокруг фиксированной оси, проходящей через центр её масс и перпендикулярной оси молекулы, и рассчитать среднюю энергию $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$, приходящуюся на вращательную степень свободы. Исходя из этого, определить суммарную энергию вращательного движения водорода, находящегося при давлении $P = 10^5$ Па в объёме $V = 1$ л.

1.10. (8.10) Вблизи поверхности Земли концентрация аргона ^{40}Ar составляет 0,9%. Оценить, какой была бы концентрация аргона на высоте, где давление воздуха падает в 10 раз, если бы атмосфера была бы равновесной и изотермической.

III

1.11. (8.13) Для определения числа Авогадро Ж.Перрен измерял распределение по высоте шарообразных частиц гуммигута, взвешенных в воде. Он нашёл, что отношение α числа частиц в слоях, отстоящих друг от друга на расстоянии $\ell = 30$ мкм, равно 2,08. Плотности частиц $\rho = 1,194$ г/см³, воды $\rho_0 = 1$ г/см³. Радиусы частиц $r = 0,212$ мкм. На основании этих данных вычислить число Авогадро N_A . Температура воды $t = 18$ °С.

2. Первое начало термодинамики

0

2.1. (1.46) Идеальный газ сжимается по закону $P^2V = \text{const}$. Как температура газа зависит от объёма в этом процессе? Какова его молярная теплоёмкость в этом процессе? Нагревается или охлаждается газ?

2.2. Температура воздуха равна 273 К. Найти изменение скорости звука при изменении температуры на 1 К.

2.3. Какое количество тепла Q отдаёт моль одноатомного идеального газа при его изобарическом обратимом охлаждении, если на сжатие газа в ходе этого процесса затрачена работа $A = 10$ Дж?

I

2.4. Рассчитать молярную теплоёмкость гипотетического газа, полагая, что молекула такого газа представляет собой а) бусинку, которая

может двигаться только вдоль жесткой бесконечно длинной спицы (одномерный газ); б) две бусинки, связанные между собой пружиной, которые могут двигаться только вдоль жесткой бесконечно длинной спицы; в) бусинку, которая может двигаться в плоскости (двумерный газ).

2.5. (1.38) Политропическим процессом называется процесс, происходящий с постоянной теплоемкостью C . Кривая, изображающая политропический процесс, называется политропой. Найти уравнение политропы для идеального газа, теплоемкость C_v которого не зависит от температуры. Рассмотреть частные случаи: 1) $C = C_v$; 2) $C = C_p$; 3) $C = 0$; 4) $C = \infty$.

2.6. (2.12) Найти конечную температуру T_2 и верхний предел скорости v стационарного потока перегретого водяного пара, вытекающего через сопла в атмосферу из камеры, где он имел температуру $T_1 = 600$ К и находился под давлением $P_1 = 5$ атм, если давление наружного воздуха равно $P_2 = 1$ атм. Перегретый пар считать идеальным газом с молярной теплоемкостью $C_p = 4R$.

2.7. (1.58) Теплоизолированный сосуд разделен непроницаемой перегородкой на 2 равные части. В одну часть помещен идеальный газ, а другая откачана до высокого вакуума. Затем перегородку убирают, и газ заполняет весь объем сосуда. После этого газ нагревают, заставляя его последовательно совершать два процесса: 1) процесс при постоянном давлении, в результате которого объем газа увеличивается в 4 раза; 2) процесс при постоянном объеме в результате которого восстанавливается исходное давление газа. В обоих процессах газу сообщается одинаковое количество тепла. Определить показатель адиабаты γ .

II

2.8. (1.86) Теплоизолированный цилиндр разделен тонкой неподвижной, теплопроводящей перегородкой AB на две части, в одной из которых находится моль газообразного водорода, а в другой — моль газообразного гелия (см. рис. 1). Подвижный теплонепроницаемый поршень CD находится под постоянным внешним давлением P . В начальный момент оба газа находятся в равновесном состоянии, причем температуры водорода и гелия различны, а давление гелия равно внешнему давлению P . Затем начинается неравновесный процесс выравнивания температур газов, в ходе которого поршень перемещается вправо. К моменту, когда температуры газов выровняются и установится равновесие, система совершит против внешнего

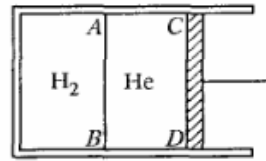


Рис. 1

давления работу $A = 42$ Дж. Определить изменение температуры водорода к этому моменту времени.

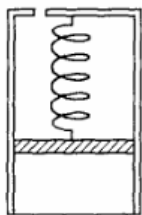


Рис. 2

2.9. (1.54) Моль идеального газа нагревают в цилиндре под поршнем, удерживаемым в положении равновесия пружиной, подчиняющейся закону Гука (см. рис. 2). Стенки цилиндра и поршень адиабатические, а дно проводит тепло. Начальный объем газа V_0 , при котором пружина не деформирована, подобран так, что $P_0 S^2 = kV_0$, где P_0 — наружное атмосферное давление, S — площадь поршня, k — коэффициент упругости пружины. Найти теплоемкость газа для этого процесса.

2.10. (2.23) Если в процессе адиабатического истечения газа через короткую трубку скорость газа достигнет скорости звука, то в потоке могут возникнуть ударные волны. При каком отношении давлений на выходе и входе трубки такое возможно? Газ считать одноатомным, вязкостью пренебречь.

III

2.11. (2.13) Допустим, что температура горения химического горючего для ракетных двигателей $T = 3000$ К, средняя молярная масса продуктов горения $\mu = 30$ г/моль и что истечение продуктов горения происходит в вакуум адиабатически. Найти, во сколько раз стартовая масса одноступенчатой ракеты M_0 должна превышать ее конечную массу M , чтобы ракета могла достичь первой космической скорости $v = 8$ км/с. Молярную теплоемкость продуктов горения ориентировочно принять равной $C_p = 8$ кал/(моль·К). При вычислении скорости ракеты силу тяжести и трения о воздух не учитывать.

3. Второе начало термодинамики

0

3.1. (4.8) Тепловые машины с произвольным веществом в качестве рабочего тела совершают обратимые термодинамические циклы, представленные на рис. 3. Выразить КПД этих циклов через максимальную T_1 и минимальную T_2 температуры.

3.2. Вычислить приращение энтропии одного моля азота при нагревании его от 100 до 200 °С: а) при постоянном объеме; б) при постоянном давлении.

3.3. Теплоизолированный сосуд разделен на две равные части перегородкой, в которой имеется закрывающееся отверстие. В одной половине содержится 10 г водорода, вторая половина откачана до высокого

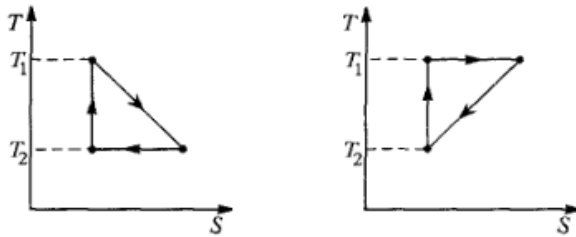


Рис. 3

вакуума. Отверстие в перегородке открывают, и газ заполняет весь объём. Считая газ идеальным, найти изменение его энтропии.

I

3.4. В холодильнике сломался выключатель, и внутренняя лампочка продолжала гореть при закрытой двери. Нарисовать цикл работы холодильника в координатах (S, T) до и после поломки, считая, что вся мощность лампочки ($N = 25$ Вт) переходит в тепло. Определите, на сколько изменилась потребляемая холодильником мощность. Обычно при комнатной температуре $t_2 = 22^\circ\text{C}$ внутри холодильника поддерживается температура $t_1 = 2^\circ\text{C}$. Холодильник считайте идеальным.

3.5. Два одинаковых идеальных газа с одинаковым давлением P по одному моллю каждый, но с разными температурами T_1 и T_2 , находятся в сосудах с объёмами V_1 и V_2 . Сосуды соединяются. Найти изменение энтропии после установления равновесия.

3.6. (4.61) Найти суммарное изменение энтропии ΔS (воды и железа) при погружении 100 г железа, нагретого до 300°C , в воду при температуре 15°C . Удельная теплоёмкость железа $c = 0,11$ кал/(г · К).

3.7. (3.37) Какую минимальную работу должен совершить двигатель идеального холодильника, чтобы, работая в среде, имеющей температуру t_c , охладить ν молей воды до $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и превратить её в лёд?

II

3.8. Найти увеличение энтропии идеального газа при его расширении в пустоту из объёма $V_1 = V$ до объёма $V_2 = 2V$, используя термодинамическое и статистическое (формулу Больцмана) определение энтропии. Сосуд, в котором происходит расширение, теплоизолирован.

3.9. (4.45) Сосуд с теплонепроницаемыми стенками, имеющий объём $2V$, разделён теплопроводящим поршнем так, что отношение объёмов $V_1/V_2 = n$. В каждой из частей сосуда находится по одному моллю иде-

ального газа, теплоёмкость C_V которого не зависит от температуры. Поршень отпускаяют, и он начинает колебания, которые постепенно затухают из-за внутреннего трения в газе. Пренебрегая трением поршня о стенки сосуда, найти изменение энтропии газа в этом процессе. Начальные температуры газа в обеих частях сосуда считать одинаковыми.

3.10. В зимний день температура воздуха на улице, сначала равная -9°C , понизилась ещё на 10°C . Для обогрева комнаты используется тепловой насос, работающий между комнатой и улицей. Считая тепловой насос идеальной машиной, определить, во сколько раз при этом изменились затраты энергии для поддержания температуры в комнате, равной 21°C .

III

3.11. С помощью бензиновой горелки в помещении поддерживается температура $t_1 = -3^\circ\text{C}$ при температуре на улице $t_2 = -23^\circ\text{C}$. Предполагается использовать бензин в движке с КПД $\eta = 0,4$, а с помощью полученной механической энергии запустить тепловой насос, перекачивающий по холодильному циклу тепло с улицы в комнату. Какой должна быть в этом случае температура в помещении t_x ? Движок находится вне помещения.

3.12. Кубик воды ($V = 1 \text{ см}^3$) помещён в воздух при нормальных условиях. Найти, во сколько раз вероятность состояния, в котором температура кубика отличается от температуры воздуха на ΔT , меньше вероятности равновесного состояния. Исходя из этого оцените среднеквадратичное отклонение (флуктуацию) температуры кубика от равновесного значения.

4. Реальные газы. Фазовые переходы

0

4.1. (11.6) Уксусная кислота при атмосферном давлении плавится при температуре $16,6^\circ\text{C}$. Разность удельных объёмов жидкой и твёрдой фаз кислоты равна $0,16 \text{ см}^3/\text{г}$. При изменении давления на 40 атм температура плавления изменяется на 1 К . Найти удельную теплоту плавления уксусной кислоты.

4.2. (6.5) Найти критическую плотность воды, если критическое давление для воды равно $P_{\text{кр}} = 218,3 \text{ атм}$, а критическая температура $T_{\text{кр}} = 647,3 \text{ К}$, предполагая, что вода подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса.

4.3. Критическая температура для углекислого газа 304 К. При какой температуре углекислый газ в опыте Джоуля—Томсона должен охлаждаться?

I

4.4. (6.62) Найти КПД цикла, состоящего из адиабаты, изотермы (температура T_1 , объём уменьшается от V_2 до V_1) и изохоры (объём V_1 , температура увеличивается от T_1 до T_2). Рабочим веществом является 1 моль газа Ван-дер-Ваальса, константы a и b которого известны, а теплоёмкость C_V не зависит от температуры.

4.5. Показать, что газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса, в опыте Джоуля—Томсона 1) всегда нагревается, если $a = 0$, и 2) всегда охлаждается, если $b = 0$. Определить изменение температуры при расширении одного моля газа от объёма V_0 до объёма V в обоих случаях. Начальная температура равна T_0 , теплоёмкость C_V газа считать известной. В случае 1) газ считать достаточно разреженным, так что $V, V_0 \gg b$.

4.6. (11.1) В закрытом сосуде при 0°C находится один моль воды. Какое количество тепла надо затратить, чтобы повысить температуру системы до 100°C и чтобы при этом вся вода превратилась в насыщенный пар? Удельная теплота испарения воды при 100°C равна $\lambda = 539$ кал/г.

4.7. (11.13) Гейзеры могут рассматриваться как большие подземные резервуары, наполненные грунтовой водой и прогреваемые подземным теплом. Выход из них на поверхность осуществляется через узкий канал, который в спокойный период заполнен водой. Считая, что активный период наступает, когда закипает вода в подземном резервуаре, и что во время извержения гейзера канал заполнен только паром, который и выбрасывается наружу, оценить, какую часть воды теряет резервуар гейзера во время одного извержения. Глубина канала $h = 90$ м. Удельная теплота парообразования $\lambda = 2260$ Дж/г.

II

4.8. Один моль углекислого газа, занимавший при температуре $T = 400$ К объём $V_1 = 0,5$ л, расширяется изотермически до объёма $V_2 = 2V_1$. Определить работу при расширении, изменение внутренней энергии и количество поглощённой теплоты, предполагая, что газ подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса с параметрами $a = 0,36$ Па·м⁶/моль² и $b = 4,3 \cdot 10^{-5}$ м³/моль.

4.9. (11.10) Найти температуру приготовления пищи в скороварке, если диаметр отверстия предохранительного клапана $d = 5$ мм, а масса

грузика, закрывающего клапан, $m = 60$ г. Теплоту парообразования для воды принять равной $\lambda = 2260$ кДж/кг. Пар считать идеальным газом.

4.10. Определить температуру кипения воды t_k на высоте H от поверхности Земли. Атмосферу предполагать изотермической с температурой t_0 . Давление воздуха у поверхности Земли $P_0 = 1$ атм. Рассчитайте численное значение температуры кипения для $H = 7000$ м и $t_0 = -13$ °С.

III

4.11. (11.29) Насыщенный водяной пар при температуре $T = 373$ К адиабатически расширяется, при этом его температура падает на $\Delta T = 1$ К. Считая, что равновесие между жидкой и газообразной фазами успевает установиться, определить, какая часть водяного пара при этом конденсируется. Пар считать идеальным газом.

5. Процессы переноса

0

5.1. Расстояние между стенками сосуда Дьюара равно $\ell = 8$ мм. Начиная с какого давления P , теплопроводность воздуха, находящегося между стенками сосуда, станет уменьшаться при откачке? Температура воздуха $T = 290$ К. Диаметр молекул воздуха $d = 3 \cdot 10^{-8}$ см. Воздух считать идеальным газом.

5.2. Одна из деревянных стен дома имеет общую площадь 10 м². В стене есть окно (один слой стекла площадью 2 м²). Толщина стены равна 10 см, теплопроводность дерева $0,1$ Вт/(м · К). Толщина оконного стекла составляет 4 мм, теплопроводность стекла $0,7$ Вт/(м · К). Температура внутри дома 18 °С, а снаружи 5 °С. Какова скорость потери тепла через эту стену? Считать, что температура в дереве и стекле изменяется линейно.

5.3. Оцените среднюю длину свободного пробега λ молекулы примеси кислорода в азоте (концентрация кислорода много меньше концентрации азота) при нормальных условиях, если коэффициент взаимной диффузии этих газов в таких условиях равен $D = 0,2$ см²/с.

I

5.4. Оцените, на какое среднее расстояние от своего исходного положения удалится за $t = 10$ с молекула кислорода при нормальных условиях.

5.5. В цилиндрическом сосуде постоянного объёма находится идеальный газ при температуре T_0 и давлении P_0 . Боковые стенки сосуда — теплоизолирующие. Днище сосуда нагревают до температуры $T = 4T_0$, а температуру крышки поддерживают равной T_0 . Определите установившееся давление в сосуде. Коэффициент теплопроводности зависит от температуры.

5.6. Топливный стержень атомного реактора представляет собой длинный цилиндр радиуса $R = 3$ см. Через несколько часов после остановки цепной реакции в стержне устанавливается стационарное тепловыделение $q = 20$ Вт/см³ за счёт реакции распада. Стержень помещён в воду, температура воды $T_0 = 373$ К, теплопроводность урана $\kappa = 4$ Вт/(см·К). Найти температуру в центре стержня. Тепловыделение считать однородным по объёму.

5.7. Камера объёмом $V = 100$ л откачивается при комнатной температуре с помощью идеального насоса (т. е. улавливающего весь попадающий в него газ) через трубу радиуса $r = 2$ см, длины $L = 1$ м. Оценить, сколько будет длиться откачка камеры: а) от давления $P_1 = 1$ атм до $P_2 = 10^{-3}$ атм, б) от $P_3 = 10^{-3}$ торр до $P_4 = 10^{-6}$ торр. Коэффициент вязкости воздуха считать равным $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

II

5.8. (10.98) В микроскоп рассматривается тонкий слой крови. Какое время потребуется, чтобы заметить броуновское смещение эритроцитов (красных кровяных телец), если минимальное расстояние, которое можно зафиксировать, составляет $\ell = 10^{-6}$ м? Вязкость крови $\eta = 4,5 \cdot 10^{-3}$ Па·с, эритроцит считать шариком с радиусом $r = 3 \cdot 10^{-6}$ м. Температура $t = 27$ °С. (*Указание:* для расчёта подвижности эритроцита применить формулу Стокса для силы лобового сопротивления.)

5.9. (10.64) Вязкость аргона (относительная атомная масса $A = 40$) при 0 °С равна $\eta = 21 \cdot 10^{-5}$ дин·с/см². Вычислите следующие величины для аргона при нормальных условиях: 1) среднюю скорость теплового движения атомов, 2) среднюю длину свободного пробега атома, 3) среднее число ν столкновений атомов в 1 см³ за 1 с, 4) газокинетическое эффективное сечение атома σ , 5) газокинетический радиус атома аргона r .

5.10. (10.77) Два сосуда одинакового объёма соединены трубками. Диаметр одной из трубок очень велик, а другой очень мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа, находящегося в сосуде. Первый сосуд поддерживается при постоянной температуре $T_1 = 800$ К, а второй — при постоянной температуре $T_2 = 200$ К. В каком направлении будет перетекать газ по узкой трубке, если перекрыть краном

широкую? Какая масса m газа перейдёт при этом из одного сосуда в другой, если общая масса газа в обоих сосудах равна M ?

III

5.11. (10.106) Найти время испарения воды из вертикально расположенной трубки длиной $l = 10$ см, запаянной с одного конца. Температура воды и окружающего воздуха $t = 27^\circ\text{C}$. Первоначально вода заполняла трубку наполовину; относительная влажность воздуха 50%. Давление насыщенных паров при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ составляет $P = 20$ торр. Длину свободного пробега λ в системе воздух–пар считать равной 10^{-5} см. Пар у поверхности — насыщенным, капиллярными явлениями пренебречь. Процесс испарения считать достаточно медленным, так что в каждый момент времени успевает установиться стационарное распределение потока паров воды вдоль пробирки (квазистационарное приближение).

6. Электрическое поле. Потенциал

0

6.1. Используя формулу для напряжённости поля точечного диполя с дипольным моментом \vec{p} , найдите напряжённость поля на оси диполя ($\varphi = 0$) и в перпендикулярном направлении ($\varphi = \pi/2$).

6.2. Незаряженный проводящий шар вносится в электрическое поле с известным распределением потенциала $\varphi(\vec{r})$. Каким будет потенциал шара?

6.3. В опытах Резерфорда золотая фольга бомбардировалась α -частицами ${}^4_2\text{He}$ с кинетической энергией $W = 5$ МэВ. На какое минимальное расстояние может приблизиться α -частица к неподвижному ядру золота ${}^{79}_{197}\text{Au}$? $e = 4,80 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ; $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг.

6.4. Напряжённость электрического поля Земли $E_0 = 130$ В/м, причём вектор $\vec{E}_0 \uparrow \uparrow \vec{g}$. Какой заряд приобретёт горизонтально расположенный короткозамкнутый плоский конденсатор с площадью пластин $S = 1 \text{ м}^2$?

I

6.5. Найти силу взаимодействия между а) точечным зарядом q и точечным диполем, дипольный момент \vec{p} которого направлен вдоль соединяющих их прямой; б) между двумя точечными диполями с дипольными моментами \vec{p}_1 и \vec{p}_2 , направленными вдоль и перпендикулярно соединяющей их прямой. Расстояние между частицами равно R .

6.6. Диск радиусом R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ . Определить напряжённость и потенциал поля в точке, находящейся на расстоянии z от диска на перпендикуляре, проходящем через центр диска. Как ведёт себя потенциал и напряжённость при $z \gg R$?

6.7. В однородное электрическое поле \vec{E}_0 вносится незаряженный проводящий шар. Найдите распределение поля вне и внутри шара и распределение поверхностной плотности зарядов $\sigma(\theta)$ на нём.

6.8. Заряд $+q$ находится на расстоянии h от заземлённой проводящей пластины (размеры пластины много больше h). С какой силой заряд притягивается к пластине и какова плотность индуцированных на поверхности зарядов?

II

6.9. (1.17) В модели атома Томсона предполагалось, что положительный заряд e распределён внутри шара радиусом $R = 10^{-8}$ см. Как

должна зависеть от радиуса плотность положительного заряда, чтобы электрон (точечная масса с зарядом $-e$), помещённый внутри шара, совершал гармонические колебания? Нарисуйте зависимость напряжённости поля $E(r)$ и потенциала $\varphi(r)$ положительного заряда. Заряды механически друг на друга не действуют. Магнитным полем движущегося заряда пренебречь. Найти частоту колебаний электрона.

6.10. (2.5) Вычислить распределение потенциала в плоском конденсаторе толщиной d , если одна обкладка заземлена, другая находится при потенциале φ_0 , а в пространстве между ними распределён заряд с постоянной объёмной плотностью ρ .

6.11. (2.15) Найти силу притяжения точечного электрического диполя с дипольным моментом $p = 4 \cdot 10^{-10}$ Кл·см к бесконечной металлической пластине, ближайшая точка которой находится от диполя на расстоянии $L_0 = 1$ см. Ось диполя перпендикулярна к пластине. Определить также работу, которую надо затратить, чтобы отодвинуть диполь от поверхности пластины с расстояния $L_0 = 1$ см до расстояния $L = 2$ см.

III

6.12. Оценить силу взаимодействия F между двумя маленькими металлическими шариками радиуса R , один из которых имеет заряд q , а другой не заряжен. Расстояние между шариками $d \gg R$.

7. Электрическое поле в веществе

0

7.1. Нарисовать силовые линии \vec{E} и \vec{D} для тонкого диэлектрического цилиндра с замороженной поляризацией \vec{P} , ориентированной вдоль образующей.

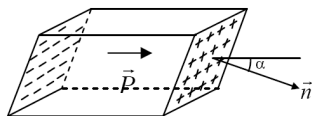


Рис. 4

7.2. (3.22) В центре диэлектрического шара радиусом R с проницаемостью ϵ_1 помещен точечный заряд q . Шар окружен безграничным диэлектриком с проницаемостью ϵ_2 . Определить поверхностную плотность поляризационных зарядов на границе раздела диэлектриков.

7.3. Найдите плотность поляризационных зарядов на торцах однородно поляризованного параллелепипеда (см. рис. 4).

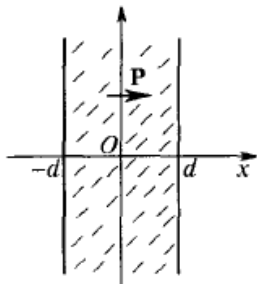


Рис. 5

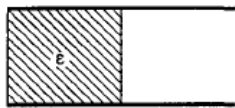


Рис. 6

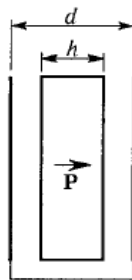


Рис. 7

I

7.4. Проводящий шар радиуса R_0 заряжен зарядом q и окружён шаровым слоем из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ , вплотную примыкающим к поверхности проводящего шара. Внешний радиус шарового слоя равен R . Определите напряжённость электрического поля E и индукцию D в диэлектрике и вне его как функции расстояния r до центра шара. Определите также потенциал шара $\varphi_{\text{ш}}$ и плотность $\sigma_{\text{пол}}$ поляризационных зарядов на внешней поверхности шарового слоя.

7.5. (3.1) На сколько отличается от единицы диэлектрическая постоянная ϵ идеального газа, состоящего из проводящих шариков радиусом r . Концентрация шариков n мала, так что $r^3 n \ll 1$.

7.6. (3.13) Пластина пьезодиэлектрика вследствие неоднородной деформации поляризована так, что поляризация ее в середине равна P_0 и спадает к краям по закону $P = P_0(1 - x^2/d^2)$, где x отсчитывается от середины пластины, а d — ее полутолщина (см. рис. 5). Вектор поляризации направлен вдоль оси x . Определить напряженность электрического поля внутри и вне пластинки, а также разность потенциалов между ее боковыми поверхностями. Краевыми эффектами пренебречь.

7.7. (3.30) Прокладка из сегнетоэлектрика ($\epsilon = 200$) имеет толщину, равную зазору между пластинками плоского конденсатора (см. рис. 6). Площадь пластин плоского конденсатора $S_1 = 1 \text{ м}^2$. Какова должна быть площадь S_2 основания прокладки для того, чтобы в объеме, занимаемом прокладкой, индукция сделалась в 40 раз больше, чем до ее введения? Конденсатор изолирован.

II

7.8. (3.26) Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого ли-

нежно меняется от значения ε_1 у одной пластины до значения $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ у другой. Расстояние между пластинами d , площадь каждой из них равна S . Найти емкость C конденсатора.

7.9. (3.19) Внутри плоского конденсатора (см. рис. 7), обкладки которого соединены между собой, помещена диэлектрическая пластина толщиной h с «замороженной» однородной поляризацией ($\vec{P} = \text{const}$). Вектор поляризации \vec{P} перпендикулярен боковым граням пластины. Определить напряженность поля и электрическую индукцию внутри и вне пластины. Расстояние между обкладками конденсатора равно d .

7.10. Напряженность электрического поля, измеренная в тонком канале, просверленном перпендикулярно поверхностям неоднородно поляризованной пластинки толщиной $2d$, оказалась равна $\vec{E}(x) = \vec{E}_0 \cdot (x/d)^3$. Найдите распределение поляризационных зарядов в пластинке, вектор поляризации, а также поля $\vec{E}(x)$ и $\vec{D}(x)$ внутри и вне пластинки. Электрическое поле $\vec{E}(x)$ параллельно оси x .

III

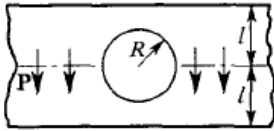


Рис. 8

7.11. (3.14) В тонкой длинной рейке из диэлектрика создана однородная «замороженная» поляризация, так что вектор поляризации \vec{P} параллелен поверхности рейки (см. рис. 8). Какова напряженность электрического поля в центре круглого отверстия радиусом R , вырезанного в такой рейке? Ширина рейки $2l$, ее толщина $h \ll R$.

8. Энергия электрического поля. Постоянный ток

0

8.1. Какую работу необходимо совершить, чтобы перегруппировать три одинаковых точечных заряда q , расположенных вдоль линии на одинаковом расстоянии a друг от друга, в равносторонний треугольник со стороной a .

8.2. Поверхностная плотность заряда на пластинах плоского конденсатора, погруженного в жидкий диэлектрик с проницаемостью ε , равна σ . Расстояние между обкладками конденсатора равно d . 1) Определите объёмную плотность w_3 электрической энергии в конденсаторе. 2) Определите силу, действующую на единицу площади обкладок.

8.3. (4.3) Три гальванических элемента с ЭДС $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ и внутренними сопротивлениями r_1, r_2, r_3 соединены по схеме, указанной на рис. 9. Сопротивления соединяющих проводов пренебрежимо малы. Какое напряжение U будет показывать вольтметр, включенный так, как показано на рисунке?

I

8.4. Вычислить электростатическую энергию шара, заряд Q которого равномерно распределён а) по его поверхности, б) по его объёму. Для случая а) определите также давление изнутри на поверхности сферы, обусловленное взаимодействием зарядов.

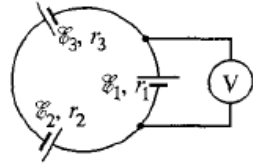


Рис. 9

8.5. (3.63) Плоский конденсатор с квадратными пластинами (расстояние между пластинами — d , площадь пластин — S) заряжен до разности потенциалов V и отсоединен от источника напряжения. После этого в конденсатор вдвинута до половины широкая пластина с диэлектрической проницаемостью ϵ . Толщина пластины равна d . Найти силу, с которой пластина вытягивается в конденсатор.

8.6. (4.32) Заземление концов телеграфной линии осуществлено посредством глубоко зарытых в землю металлических шаров радиусами r_1 и r_2 . Удельная проводимость почвы вблизи них равна λ_1 и λ_2 . Найти сопротивление R земли между шарами. Расчитайте это сопротивление для одинаковых шариков радиусом $r_1 = r_2 = 1$ см, если один шарик зарыт вблизи МФТИ (Долгопрудный), а другой вблизи МИТ (Massachusetts Institute of Technology, USA). Удельное сопротивление почвы вблизи шариков $\sim 10^3$ Ом \cdot см.

8.7. (4.27) Пространство между двумя концентрическими сферами заполнено диэлектриком, проводимость которого зависит только от расстояния до сфер. Найти закон изменения удельной проводимости $\lambda(r)$, если объёмная плотность джоулевых потерь при прохождении тока одинакова во всех точках.

II

8.8. (3.44) Считая, что масса электрона определяется из соотношения $W = m c^2$, где W — электростатическая энергия заряда электрона, найти значение радиуса электрона при следующих предположениях: 1) весь заряд электрона распределен по всему его объёму с постоянной плотностью; 2) весь заряд электрона распределен по его поверхности.

8.9. Сферический конденсатор ёмкостью $C = 20$ см заполнен одно-

родной слабо проводящей средой с проводимостью $\lambda = 10^{-6} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Определите электрическое сопротивление между обкладками.

8.10. (4.31) По сети длиной 5 км необходимо передать энергию от источника с напряжением $U = 110 \text{ В}$, имеющего мощность 5 кВт. Какого минимального диаметра D должен быть медный провод, чтобы потери энергии в сети не превышали 10% от мощности источника? Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

III

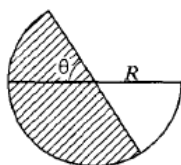


Рис. 10

8.11. (3.67) Конденсатор переменной емкости состоит из двух неподвижных металлических пластин, расположенных на расстоянии d друг от друга, и подвижной диэлектрической пластины, которая может поворачиваться и входит в зазор между металлическими пластинами (рис. 10). Все пластины имеют форму полукруга радиусом R , причем зазоры между пластинами малы. Пренебрегая краевыми эффектами, найти момент сил M , действующий на диэлектрическую пластину, когда она выведена из положения равновесия. Конденсатор заряжен до разности потенциалов V , диэлектрическая проницаемость подвижной пластины равна ε .

9. Магнитное поле в вакууме

0

9.1. На какой угол α от вертикали отклонятся тонкие нити, на которых горизонтально подвешен проводник длиной ℓ и массой m , если по нему пустить ток I при наличии однородного вертикального магнитного поля с индукцией B ?

9.2. (5.3) Электрический ток силой I протекает по находящемуся в вакууме проводу, изогнутому так, как показано на рис. 11. Найдите значение индукции магнитного поля в центре окружности радиусом R .

9.3. (5.30) На один сердечник намотаны две катушки. Индуктивности катушек в отдельности равны $L_1 = 0,5 \text{ Гн}$, $L_2 = 0,7 \text{ Гн}$. Чему равна взаимная индуктивность M ? Считать, что рассеяния магнитного потока нет.

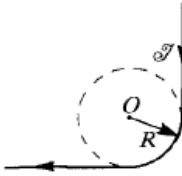


Рис. 11

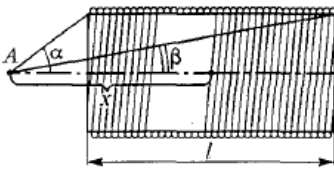


Рис. 12

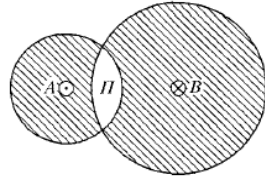


Рис. 13

I

9.4. (5.5) Найдите индукцию B магнитного поля на оси соленоида в точке A , из которой диаметры торцов видны под углами 2α и 2β (см. рис. 12). Соленоид состоит из N витков, равномерно намотанных на длине ℓ , и по нему течет ток силой I .

9.5. По кольцу радиуса R течет ток I . Найдите вектор магнитного поля на оси кольца на расстоянии r от его плоскости. Рассмотреть предельный случай ($r \gg R$) и, сравнив с выражением для поля точечного магнитного диполя, найти магнитный момент кольца μ . Определить также минимальную работу внешних сил, которую необходимо совершить, чтобы развернуть кольцо на 180° , если его поместить в поле B_0 , перпендикулярное плоскости кольца (ток в кольце поддерживается неизменным).

9.6. (5.23) По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, сделанным из немагнитного материала и изолированным друг от друга, текут в противоположных направлениях токи с одной и той же плотностью $j = 1000 \text{ А/см}^2$. Проводники ограничены цилиндрическими поверхностями (см. рис. 13), поперечные сечения проводников заштрихованы). Найдите величину и направление магнитного поля в полости II. Токи в проводах направлены противоположно. Расстояние между осями цилиндров $AB = d = 5 \text{ см}$.

9.7. (5.27) Коаксиальный кабель состоит из толстого внутреннего провода радиусом r и тонкой внешней оболочки радиусом R . Найдите индуктивность кабеля на единицу длины.

II

9.8. (5.21) Вдоль плазменного цилиндра радиусом a с параболическим распределением проводимости $\lambda = \lambda_0 (1 - r^2/a^2)$ течет постоянный ток I . Найдите зависимость магнитного поля $B(r)$ внутри и вне цилиндра в зависимости от расстояния r от оси цилиндра.

9.9. (5.12) Длинный тонкий многovitковый соленоид с поверхностной плотностью тока i и площадью поперечного сечения $S = \pi r^2$ согнут

так, что его ось образует половину окружности радиусом R . Найдите величину индукции магнитного поля в центре этой окружности.

9.10. (8.17) В установке по разделению изотопов ^{235}U и ^{238}U пучок однократно ионизированных ускоренных ионов урана с энергией $W = 5$ кэВ попадает от источника через щель S (см. рис. 14) в однородное магнитное поле, вектор индукции которого перпендикулярен к плоскости рисунка. В магнитном поле ионы разных масс двигаются по различным окружностям и, совершив полуоборот, попадают в приемники. Конструкция последних должна быть такова, чтобы расстояние между пучками ^{235}U и ^{238}U на выходе было не меньше $\delta = 5$ мм. Какова должна быть индукция магнитного поля, удовлетворяющая этому условию? Найти также время t , необходимое для разделения $M = 1$ кг природного урана, если ионный ток, создаваемый источником, $I = 5$ мА. Массы протона и нейтрона считать одинаковыми и равными $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-24}$ г.

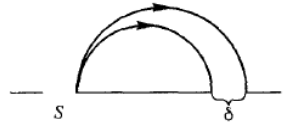


Рис. 14

III

9.11. (8.34) В скрещенных однородных полях \vec{E} и \vec{B} ($\vec{E} \perp \vec{B}$) из некоторой точки x_0 разлетаются электроны с одинаковыми скоростями $v \ll c$, лежащими в плоскости Oxy (см. рис. 15). Считая $E \ll B$ (СГСЭ) и пренебрегая взаимодействием электронов друг с другом, найти, на каком расстоянии ℓ и через какое время T они снова соберутся в одну точку. (*Указание:* перейти в систему отсчета, в которой электрическое поле равно нулю.)

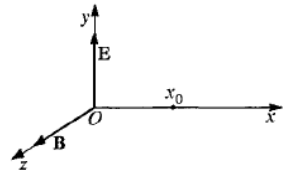


Рис. 15

9.12. (5.34) В длинном соленоиде с плотностью намотки n витков/см вдали от его концов расположен намагниченный стержень, имеющий магнитный момент μ , ориентированный вдоль оси соленоида. Размер стержня мал по сравнению с диаметром обмотки соленоида. Найти магнитный поток, пронизывающий соленоид. (*Указание:* воспользоваться теоремой взаимности.)

10. Магнитное поле в веществе. Энергия магнитного поля

0

10.1. (6.1) Какой ток J нужно пустить по длинному и тонкому соленоиду с плотностью намотки n витков/см, чтобы индукция B была равна индукции постоянного магнита тех же размеров с намагниченностью M .

10.2. Длинный соленоид заполнен диамагнитным веществом с магнитной восприимчивостью χ ($\chi < 0$). Плотность намотки витков соленоида n см⁻¹, ток J . Найти поверхностную плотность токов намагниченности вещества i_m и величину создаваемого ими поля B_m .

10.3. (7.58) С какой силой втягивается в соленоид с полем B длинный цилиндрический стержень с магнитной проницаемостью μ и площадью поперечного сечения S ? Стержень расположен на оси соленоида так, что один конец находится глубоко внутри, а другой — вне соленоида, на значительном расстоянии от его торца.

I

10.4. Постоянный магнит длиной L с однородной намагниченностью M согнут в кольцо так, что между полюсами остался маленький зазор $\ell \ll L$. Определите магнитную индукцию в зазоре.

10.5. Стержень из магнитного материала ($\mu \gg 1$), имеющий форму цилиндра радиусом r , помещён во внешнее однородное магнитное поле B_0 , направленное вдоль его оси. Оценить, на сколько индукция B в центре стержня длиной ℓ ($\ell \gg r$) отличается от индукции в бесконечно длинном стержне.

10.6. (6.26) Найти магнитную проницаемость идеального газа, состоящего из сверхпроводящих шариков радиусом r . Концентрация шариков равна n (причем $nr^3 \ll 1$).

10.7. (7.64) Электромагнит из железного бруса квадратного сечения в форме подковы имеет размеры в сантиметрах, указанные на рис. 16. Число витков $N = 200$, сила тока $J = 2$ А, магнитная проницаемость $\mu = 200$. Найти подъёмную силу электромагнита.

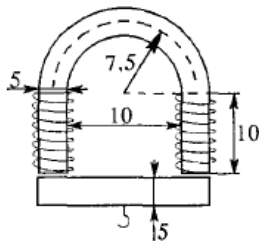


Рис. 16

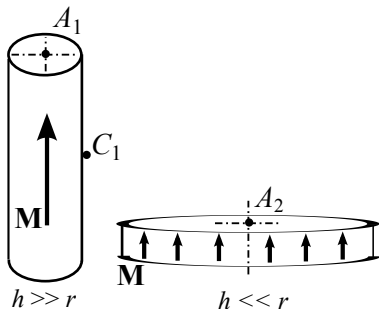


Рис. 17

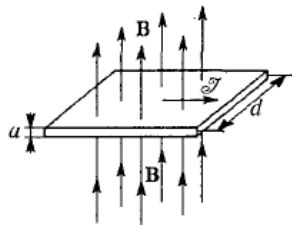


Рис. 18

II

10.8. Цилиндрический постоянный магнит высотой h и радиусом r имеет постоянную намагниченность \vec{M} . В двух предельных случаях $h \gg r$ и $h \ll r$ найти индукцию \vec{B} в точках A_1 и A_2 на оси магнита и в точке C_1 на его боковой поверхности (см. рис. 17), нарисовать качественную картину линий \vec{H} и \vec{B} в обоих случаях.

10.9. (6.13) Тороидальный сердечник составлен из двух половинок, сделанных из различных ферромагнитных материалов проницаемостями μ_1 и μ_2 . Общая длина сердечников равна L , ширина зазоров между ними — d . По обмотке сердечника, имеющей N витков, течёт ток J . Определить величину поля в зазоре.

10.10. (7.83) На какой высоте h постоянный магнитик с магнитным моментом μ и массой m будет парить в горизонтальном положении над плоской горизонтальной сверхпроводящей поверхностью. Магнитик считать точечным диполем. (Указание: построить «изображение» точечного диполя и воспользоваться формулой потенциальной энергии взаимодействия точечных диполей.)

III

10.11. (7.20) Сверхпроводящий шарик летит по направлению к соленоиду вдоль его оси. Индукция поля в центре соленоида $B = 1000$ Гс. Какова должна быть начальная скорость v шарика, чтобы он смог пролететь через соленоид насквозь? Диаметр соленоида много больше диаметра шарика. Плотность материала шарика $\rho = 8$ г/см³.

10.12. (8.64) В однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} помещена тонкая металлическая лента шириной d (см. рис. 18) и толщиной a так, что плоскость ленты перпендикулярна к вектору индукции \vec{B} . По ленте пропускают ток силой I . Найдите разность потенциалов V ,

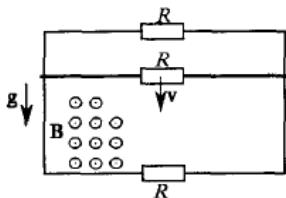


Рис. 19

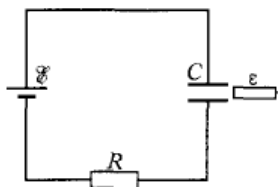


Рис. 20

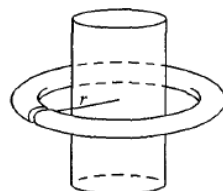


Рис. 21

возникающую между краями ленты (т.е. на расстоянии d), если концентрация свободных электронов в металле ленты n (частный случай эффекта Холла).

11. Электромагнитная индукция. Электрические цепи

0

11.1. Плоский проволочный виток, имеющий площадь S и сопротивление R , находится в однородном поле с индукцией B . Направление вектора магнитной индукции перпендикулярно плоскости витка. Магнитное поле исчезает с постоянной скоростью за время τ . Какое количество теплоты выделится в витке?

11.2. (7.9) По двум вертикальным рейкам, соединенным сверху и внизу сопротивлениями $R = 0,01$ Ом, может скользить без трения проводник, длина которого $l = 100$ см, масса $m = 100$ г, сопротивление $R = 0,01$ Ом (см. рис. 19). Система находится в однородном горизонтальном магнитном поле, индукция которого $B = 1000$ Гс перпендикулярна плоскости рисунка. Найти максимальную скорость проводника в поле силы тяжести. Сопротивлением реек пренебречь.

11.3. (9.4) Из конденсатора быстро извлекают пластину с диэлектрической проницаемостью ε так, что ёмкость скачкообразно изменяется до значения C (см. рис. 20). Найти зависимость тока в цепи от времени. Диэлектрическая пластина заполняет весь объем конденсатора. Параметры схемы указаны на рисунке.

I

11.4. (7.6) На железный цилиндрический сердечник, через который проходит магнитный поток $\Phi = \Phi_0 \cos(\omega t)$, надет тор из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε (см. рис. 21). В торе имеется бесконечно узкий воздушный зазор, образованный двумя бесконечно близки-



Рис. 22

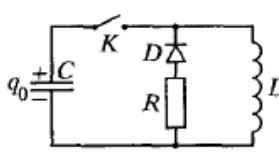


Рис. 23

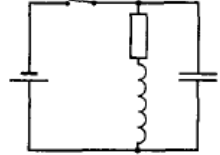


Рис. 24

ми разрезами вдоль меридиональных плоскостей. Найдите напряженность электрического поля E в зазоре в зависимости от расстояния r от оси цилиндра.

11.5. (7.13) Магнитный диполь с моментом $\vec{\mu}$ вращается с угловой частотой ω вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной магнитному моменту (см. рис. 22). Найти ток I в плоской круглой неподвижной рамке радиусом a с сопротивлением R , находящейся на расстоянии $\ell \gg a$ от диполя. Нормаль \vec{n} к плоскости рамки перпендикулярна оси вращения диполя. Самоиндукцией рамки пренебречь.

11.6. (9.27) В схеме, изображенной на рис. 23, в некоторый момент времени замыкают ключ K , и конденсатор C , имеющий первоначальный заряд q_0 , начинает разряжаться через индуктивность L . Когда ток разряда достигает максимального значения, ключ K вновь размыкают. Какой заряд протечет через сопротивление R ? Сопротивление диода D в схеме в прямом направлении много меньше R , в обратном — бесконечно велико.

11.7. (9.30) После размыкания ключа в контуре (см. рис. 24) возникают медленно затухающие колебания, амплитуда напряжения которых в $n = 100$ раз превосходит напряжение батареи. Найти собственную частоту контура ω_0 , если уменьшение амплитуды колебаний в e раз происходит за время $\tau = 0,1$ с.

II

11.8. На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое непроводящее кольцо массой m , по которому равномерно распределен заряд Q . Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 , ориентированном вертикально. Какую угловую скорость вращения приобретет кольцо после выключения магнитного поля?

11.9. (9.45) Конденсатор емкостью C присоединен к верхним концам двух параллельных медных шин, расположенных вертикально на расстоянии ℓ друг от друга. Однородное магнитное поле B горизонтально и перпендикулярно к плоскости шин. Вдоль шин в магнитном поле падает без начальной скорости медный проводник массой m так, что всегда

имеется контакт между проводником и шинами. Сопротивлением и индуктивностью проводников, а также трением проводника о шины пренебречь. Найти: 1) ускорение проводника; 2) силу тока, заряжающего конденсатор.

11.10. Параллельно соединенные катушка индуктивности L и резистор сопротивлением R подключены через ключ к источнику питания с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . В начальный момент ключ разомкнут и тока в цепи нет. Какой заряд протечет через резистор после замыкания ключа? Сопротивлением катушки индуктивности пренебречь.

III

11.11. (9.32) В начальный момент времени ($t = 0$), когда через индуктивность L_1 и замкнутый ключ K протекал ток I_0 , а напряжение на конденсаторе равнялось нулю (см. рис. 25), размыкают ключ. Найти напряжение на конденсаторе и ток через него как функции времени. Активным сопротивлением всех элементов пренебречь.

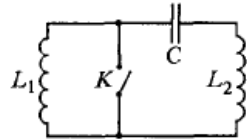


Рис. 25

12. Уравнения Максвелла. Энергия электромагнитного поля

0

12.1. Найдите модуль и направление вектора плотности потока электромагнитной энергии (вектора Пойнтинга) на поверхности длинного однородного провода радиуса r , по которому течёт ток I . Исходя из этого, найдите полную мощность, выделяющуюся в виде тепла, в расчёте на единицу длины провода. Удельное сопротивление проводника равно ρ .

12.2. Интенсивность излучения лазерной указки составляет $I = 0,3$ мВт/мм². Считая излучение лазера плоской линейно поляризованной волной, найдите плотность энергии излучения лазера w и амплитуды электрического E_0 и магнитного B_0 полей.

12.3. (12.4) Заряженный и отключенный от источника электричества плоский конденсатор медленно разряжается объёмными токами проводимости, возникающими в диэлектрике между обкладками из-за наличия слабой проводимости. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислить напряжённость магнитного поля внутри конденсатора.

I

12.4. Плоский воздушный конденсатор, обкладками которого являются два одинаковых диска, заряжен до высокой разности потенциалов и затем отключен от источника. В центре конденсатора происходит пробой (проскакивает искра), в результате чего конденсатор разряжается. Считая разряд квазистационарным и пренебрегая неоднородностью поля на краях конденсатора, определить а) магнитное поле B внутри конденсатора, если сила тока в искре в рассматриваемый момент равна J , б) полный поток электромагнитной энергии, вытекающий из пространства между обкладками.

12.5. (12.3) Пространство внутри длинного соленоида, состоящего из N витков проволоки, заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ . Длина соленоида равна ℓ , радиус R . По обмотке соленоида течёт переменный ток $I = I_0 \cos \omega t$. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислить магнитную и электрическую энергии, локализованные внутри соленоида, и найти отношение максимальных значений этих энергий.

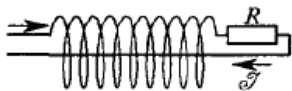


Рис. 26

12.6. (12.27) Постоянный ток I течёт по цепи, состоящей из резистора с сопротивлением R и длинной катушки радиусом r_2 и плотностью намотки витков $n \text{ см}^{-1}$ и соосного с катушкой прямого провода радиусом r_1 (см. рис. 26). Пренебрегая сопротивлени-

ем катушки и провода, найти аксиальную S_z и азимутальную S_φ компоненты вектора Пойнтинга внутри катушки вдали от её торцов. Вычислить поток энергии W через сечение катушки.

12.7. Исходя непосредственно из граничных условий для электрического и магнитного полей на границе вакуума и диэлектрика, найти коэффициент отражения ρ света при нормальном падении на границу раздела, если показатель преломления диэлектрика равен n . Найти значение ρ для отражения света от поверхности воды $n = 1,33$.

II

12.8. Пространство между обкладками конденсатора заполнено однородным диэлектриком с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ . Обкладки плоского конденсатора имеют форму дисков радиусом R . Конденсатор включён в цепь переменного тока $I = I_0 \cos \omega t$. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислить электрическую и магнитную энергии, локализованные в конденсаторе. Найти отношение максимальной магнитной к максимальной электрической энергии. Рассто-

яние между обкладками конденсатора — d . Провести числовой расчёт для $R = 10$ см, частоты $\nu = 50$ Гц и $\varepsilon = \mu = 1$.

12.9. (12.10) Найти плотность тока смещения $j_{\text{см}}$ в плоском конденсаторе, пластины которого раздвигаются со скоростью u , оставаясь параллельными друг другу, если 1) заряды на пластинах конденсатора остаются постоянными; 2) разность потенциалов между пластинами остается постоянной. Расстояние d между пластинами всё время мало по сравнению с их линейными размерами.

12.10. (12.28) Длинный соленоид (длина ℓ , радиус r , число витков N) подключается к источнику постоянной ЭДС \mathcal{E} через сопротивление R (сопротивление соленоида пренебрежимо мало). Найти электромагнитную энергию, втекающую в соленоид за время установления тока, и сравнить её с магнитной энергией соленоида $LJ^2/2$.

III

12.11. (12.9) Плоскому конденсатору ёмкостью C , обкладками которого являются два одинаковых диска, сообщен заряд Q . Затем конденсатор отключают от источника электричества. После этого пластины соединяют длинным цилиндрическим проводом, проходящим вне конденсатора, и конденсатор разряжается. Пренебрегая неоднородностью поля на краях конденсатора, показать непосредственным расчётом, что полный поток электромагнитной энергии, вытекающей из конденсатора, равен полному потоку, втекающему внутрь провода.

ОТВЕТЫ

▷ **1.1.** $\mu = (\alpha_1/\mu_1 + \alpha_2/\mu_2 + \alpha_3/\mu_3)^{-1} = 29,0 \text{ г/моль}$. **1.2.** 2,65. **1.3.** $\sim 800 \text{ м}$.
1.4. $\Delta P = \lambda P_0 \Delta T = \alpha K \Delta T = 460 \text{ атм}$. **1.5.** $j = \frac{1}{4} n v$, где n — концентрация.
 $\langle \varepsilon \rangle = 2k_B T$. **1.6.** $T = 2(\varepsilon_0/k_B) \ln(N_A + \Delta N)/(N_A - \Delta N)$. **1.7.** $\langle \varepsilon_{\text{пот}} \rangle = k_B T$,
 $C = 7RT/2$. **1.8.** $\langle v_x^2 \rangle = RT/\mu$, $\varepsilon_x = \frac{1}{2} k_B T$. **1.9.** $\langle \varepsilon_{\text{вп}} \rangle = \frac{1}{2} k_B T$, $U_{\text{вп}} = PV =$
 $= 100 \text{ Дж}$. **1.10.** 0,37%. **1.11.** $N_A = RT \ln \alpha / [(4/3)\pi r^3(\rho - \rho_0)g\ell] \approx$
 $\approx 6,5 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

▷ **2.1.** 1) $T \sim V^{1/2}$; 2) $C = C_P + R$. **2.2.** 0,61 м/(с·К). **2.3.** 25 Дж.
2.4. а) $R/2$, б) R , в) R . **2.5.** $TV^{n-1} = \text{const}$; $PV^n = \text{const}$, где $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$.

2.6. $T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/4} \approx 400 \text{ К}$; $v = \sqrt{\frac{8RT_1}{\mu} \left[1 - (P_2/P_1)^{1/4}\right]} \approx 860 \text{ м/с}$.

2.7. $\gamma = 4/3$. **2.8.** $\Delta T = -A/R = -5 \text{ К}$. **2.9.** $C = C_v + R/2$. **2.10.** $P_1/P_2 =$
 $= (T_1/T_2)^{\gamma/(\gamma-1)} \geq 2,05$. **2.11.** $M_0/M = e^{v/v_0} \approx 22$, $v = \sqrt{2C_p T/\mu} \approx 2,58 \text{ км/с}$.

▷ **3.1.** $\eta = (T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)$; $\eta = (T_1 - T_2)/2T_1$. **3.2.** а) 4,93 Дж/К;
б) 6,9 Дж/К. **3.3.** 28,8 Дж/К. **3.4.** $\Delta N = N_0 \Delta T/T_x = 1,8 \text{ Вт}$. **3.5.** 1)

разные газы: $\Delta S = C_p \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{T_1 T_2} - 2C_v \ln 2 = C_p \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} + 2R \ln 2$; 2)

одинаковые газы: $\Delta S = C_p \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}$. **3.6.** $\Delta S = 3,2 \text{ кал/К}$. **3.7.** $A =$

$= \nu \left[C_B T_c \ln \frac{T_c}{T_0} + \left(\frac{q}{T_0} - C_B\right) (T_c - T_0) \right]$. **3.8.** $\Delta S = N k_B \ln \frac{V_2}{V_1} = N k_B \ln 2$.

3.9. $\Delta S = R \ln(n+1)^2/4n$. **3.10.** $A_1/A_2 = 1,78$. **3.11.** $T_x = 299 \text{ К} = 26 \text{ }^\circ\text{C}$.

3.12. $p/p_0 = e^{\Delta S/k_B} \approx \exp\left(-\frac{C \Delta T^2}{2k_B T_0^2}\right)$, $\sqrt{\Delta T^2} \approx T_0 \sqrt{\frac{k_B}{C}} \approx 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ К}$, где
 $C = 4,2 \text{ Дж/К}$ — теплоёмкость кубика воды.

▷ **4.1.** 185,6 Дж/г. **4.2.** 0,189 г/см³. **4.3.** $T < 2050 \text{ К}$. **4.4.** $\eta = 1 -$
 $-\frac{RT_1}{C_V(T_2 - T_1)} \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b}$. **4.5.** 1) $\Delta T \approx \frac{bRT_0}{C_V + R} \left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V}\right) > 0$; 2) $\Delta T =$

$= -\frac{a}{C_V + R} \left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V}\right) < 0$. **4.6.** 45 кДж. **4.7.** $\frac{\Delta m}{m} \approx \frac{c \Delta T}{\lambda} \approx \frac{c T_0}{\lambda} \times$

$\times \left(\mu \lambda / (RT_0 \ln \frac{P}{P_0}) - 1\right)^{-1} \approx 15\%$, где c — удельная теплоемкость воды.

4.8. $A = 2,1 \text{ кДж}$; $\Delta U = 0,36 \text{ кДж}$; $Q = 2,46 \text{ кДж}$. **4.9.** 109 °С.

4.10. $t_k = T_{k0} \left(1 + \frac{\mu_{\text{возд}} g H T_{k0}}{\mu_{\text{пар}} \lambda T_0}\right)^{-1} \approx 76 \text{ }^\circ\text{C}$, где $T_{k0} = 373 \text{ К}$ — температура

кипения у поверхности Земли. **4.11.** $\frac{\Delta m}{m} = \left(\frac{C_p T}{\lambda} - 1\right) \frac{\Delta T}{T} \approx 0,17\%$.

▷ **5.1.** $P = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ атм} = 0,01 \text{ мм рт. ст.}$ **5.2.** 4,65 кВт. **5.3.** $8 \cdot 10^{-6} \text{ см}$.

5.4. $\approx 3,5 \text{ см}$. **5.5.** $P = 7P_0/3$. **5.6.** 385 К. **5.7.** а) 5,7 с; б) 89 с.

5.8. $\tau \approx 15$ с. **5.9.** 1) $\langle v \rangle = 3,8 \cdot 10^4$ см/с, 2) $\lambda = 0,9 \cdot 10^{-5}$ см, 3) $\nu = 5,6 \cdot 10^{28}$ с $^{-1}$ · см $^{-3}$, 4) $\sigma = 0,3 \cdot 10^{-14}$ см 2 , 5) $r = 3 \cdot 10^{-8}$ см. **5.10.** 1) Газ будет перетекать в сосуд с более высокой температурой; 2) $m = 2M/15$. **5.11.** $t = 9RT\rho\ell^2/(4\lambda\langle v \rangle P\mu) \approx 220$ дней, где μ и ρ — молярная масса и плотность воды, $\langle v \rangle$ — средняя скорость молекул воды.

▷ **6.1.** $\vec{E}_1 = \frac{2\vec{p}}{r^3}$; $\vec{E}_2 = -\frac{\vec{p}}{r^3}$. **6.2.** $\varphi_{\text{шара}} = \varphi(\vec{r}_0)$, где \vec{r}_0 — радиус-вектор

центра шара. **6.3.** $r_{\min} = \frac{158e^2}{W} = 4,5 \cdot 10^{-12}$ см. **6.4.** $Q = \frac{SE_0}{4\pi} = 3,4$ (ед. СГСЭ).

6.5. а) $F = 3qp/R^3$, б) $F = 6p_1p_2/R^4$ — диполи вдоль прямой, $F = 3p_1p_2/R^4$ — перпендикулярно прямой. **6.6.** $\varphi = 2\pi\sigma[(z^2 + R^2)^{1/2} - z] \rightarrow$

$\rightarrow \pi\sigma R^2/z$; $E = 2\pi\sigma[1 - z/(z^2 + R^2)^{1/2}] \rightarrow \pi\sigma R^2/z^2$. **6.8.** $F = \frac{q^2}{4h^2}$;

$\sigma(r) = \frac{qh}{2\pi(h^2 + r^2)^{3/2}}$, где r — расстояние от перпендикуляра, опущенного

из заряда на плоскость. **6.9.** $\rho(r) = \frac{3e}{4\pi R^3}$; $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{mR^3}} = 2,5 \cdot 10^{15}$ Гц.

6.10. $\varphi = (\varphi_0/d + 2\pi\rho d)x - 2\pi\rho x^2$. **6.11.** $F = 3p^2/4L_0^4 \approx 0,54 \cdot 10^{-5}$ Н,

$A = \frac{p^2}{4L_0^3} \left(1 - \frac{L_0^3}{L^3}\right) \approx 0,16$ эрг. **6.12.** $F \sim \frac{2q^2R^3}{d^5}$.

▷ **7.2.** $\frac{q}{4\pi R^2} (1/\varepsilon_2 - 1/\varepsilon_1)$ **7.3.** $\sigma_{\text{пол}} = P_n = P \cos \alpha$. **7.4.** при $R_0 \leq r < R$

$E = q/(\varepsilon r^2)$, $D = q/r^2$; при $r \geq R$ $E = D = q/r^2$; $\varphi_{\text{ш}} = \frac{q}{R(1 + (R/R_0 - 1)/\varepsilon)}$;

$\sigma_{\text{пол}} = q(\varepsilon - 1)/(4\pi\varepsilon R^2)$. **7.5.** $4\pi r^3 n$. **7.6.** В пластине $E_1 = 4\pi P_0(x^2/d^2 - 1)$,

вне пластины $E_2 = 0$, $V = 16\pi P_0 d/3$. **7.7.** $S_2 = \frac{\varepsilon - n}{\varepsilon - 1} \frac{S_1}{n} = 200$ см 2 .

7.8. $C = \frac{S(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{4\pi d \ln(\varepsilon_1/\varepsilon_2)}$. **7.9.** $E_1 = D_1 = 4\pi P \frac{h}{d}$ — в зазоре; $E_2 = -4\pi P \left(1 - \frac{h}{d}\right)$,

$D_2 = D_1$ — в пластине. **7.10.** $\rho_{\text{пол}}(x) = \frac{3E_0 x^2}{4\pi d^3}$, $P = \frac{E_0 x^3}{4\pi d^3}$, $\vec{E}(x) = \vec{E}_0(x/d)^3$

внутри, $D = 0$ внутри и вне пластинки. **7.11.** $\vec{E} = \frac{4h}{R} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{R}{l}\right) \vec{P}$.

▷ **8.1.** $A = q^2/2a$. **8.2.** 1) $w_{\text{э}} = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon}$, 2) $f = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon}$. **8.3.** 1) $V =$

$= r_1 \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3}{r_1 + r_2 + r_3} - \mathcal{E}_1$. **8.4.** а) $W = \frac{Q^2}{2R}$, $P = \frac{Q^2}{8\pi R^4}$; б) $W = \frac{3Q^2}{5R}$. **8.5.** $F =$

$= \frac{\varepsilon - 1}{(\varepsilon + 1)^2} \frac{V^2 \sqrt{S}}{2\pi d}$. **8.6.** $R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1 \lambda_1} + \frac{1}{r_2 \lambda_2}\right) \approx 160$ Ом. **8.7.** $\lambda(r) \propto r^{-4}$.

8.8. 1) $R = \frac{3}{5} \frac{e^2}{mc^2} \approx 1,7 \cdot 10^{-13}$ см; 2) $R = \frac{1}{2} \frac{e^2}{mc^2} \approx 1,4 \cdot 10^{-13}$ см.

8.9. $R = \frac{1}{4\pi\lambda C} = 4 \cdot 10^3$ Ом. **8.10.** $D = 3,3$ см. **8.11.** $M = \frac{(\varepsilon - 1)R^2 V^2}{16\pi d}$,

втягивается внутрь.

▷ **9.1.** $\alpha = \arctg(IB\ell/mg)$. **9.2.** $B = (I/cR)(\pi/2 + 2)$, c — скорость света в вакууме. **9.3.** $M \approx 0,6$ Гн. **9.4.** $\alpha = 2\pi NI(\cos\beta - \cos\alpha)/\ell$.
9.5. $B = \frac{2\pi R^2}{c(R^2 + r^2)^{3/2}}I$, $\mu = \frac{\pi R^2 I}{c}$, $|A_{\text{внеш}}| = 2\mu B_0$. **9.6.** $B = 3140$ Гс.
9.7. $L = \frac{1}{2} + 2\ln\frac{R}{r}$ (СГСЭ). **9.8.** $B = \frac{4Ir}{ca^2}\left(1 - \frac{r^2}{2a^2}\right)$ при $r \leq a$; $B = \frac{2I}{cr}$ при $r \geq a$. **9.9.** $B = \frac{2\pi i}{c}\left(\frac{r}{R}\right)^2$. **9.10.** $B \leq \frac{c\Delta m}{\delta}\sqrt{\frac{2W}{em_0}} \approx 4000$ Гс,
 $t = \frac{Me}{IAM_0} \approx 2,5$ года, Δm — разность масс атомов ^{238}U и ^{235}U , $A = 238$ — атомная масса урана ^{238}U . **9.11.** $T = \frac{2\pi mc}{eB}$, $l = \frac{2\pi Emc^2}{eB^2}$. **9.12.** $\Phi = 4\pi n\mu$.
 ▷ **10.1.** $J = cM/n$. **10.2.** $i_m = 4\pi\chi Jn$, $B_m = (1 + 4\pi\chi)4\pi Jn/c$. **10.3.** $F = \frac{\mu - 1}{8\pi}B^2S$. **10.4.** $B = 4\pi M\frac{L}{L + \ell} \approx 4\pi M$. **10.5.** $\Delta B \approx -\frac{\mu - 1}{1 + \ell^2/(2\mu r^2)}B_0$.
10.6. $\mu = 1 - 2\pi r^3 n$. **10.7.** $F \approx 49,8$ Н. **10.8.** $B_{A_1} \approx 2\pi M$, $B_{C_1} \approx 2\pi M\frac{r^2}{h^2}$; $B_{A_2} \approx 2\pi M\frac{h}{r}$. **10.9.** $B = \frac{4\pi JN/c}{2d + (\frac{L}{2} - d)\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}\right)}$. **10.10.** $h = \frac{1}{2}\left(\frac{3\mu^2}{mg}\right)^{1/4} \approx$
 $\approx 2,1$ см. **10.11.** $v \geq B\sqrt{\frac{3}{8\pi\rho}} \approx 120$ см/с. **10.12.** $V = IB/(can)$.
 ▷ **11.1.** $Q = B^2S^2/(R\tau)$. **11.2.** $v = 3mgRc^2/(2B^2l^2) \approx 1,5$ см/с. **11.3.** $I(t) = (\varepsilon - 1)\frac{\mathcal{E}}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$. **11.4.** $E = \frac{\varepsilon\omega}{2\pi cr}\Phi_0 \sin(\omega t)$. **11.5.** $I(t) = \frac{2\mu\pi a^2\omega}{cR\ell^3}\sin(\omega t)$. **11.6.** $q = \frac{q_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$. **11.7.** $\omega_0 = 2n/\tau \approx 2 \cdot 10^3$ рад/с.
11.8. $\omega = \frac{QB_0}{2mc}$. **11.9.** 1) $a = \frac{g}{1 + CB^2\ell^2/m}$; 2) $I = \frac{gB\ell C}{1 + CB^2\ell^2/m}$. **11.10.** $q = L\mathcal{E}/Rr$. **11.11.** $I(t) = \frac{L_1}{L_1 + L_2}I_0 \cos\omega t$, $V(t) = I_0L_1\omega \sin\omega t$, где $\omega = 1/\sqrt{(L_1 + L_2)C}$.
 ▷ **12.1.** $S = \frac{I^2\rho}{2\pi r^3}$, $\dot{Q} = \frac{I^2\rho}{\pi r^2} = \frac{I^2R}{L}$, где $R = \rho\frac{L}{\pi r^2}$ — сопротивление проводника длиной L . **12.2.** $w = 10^{-5}$ эрг/см³, $E_0 = 0,016$ ед. СГСЭ = 480 В/м, $B_0 = 0,016$ Гс. **12.3.** $H = 0$. **12.4.** $B = \frac{2I}{cr}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, поток энергии равен нулю. **12.5.** $W_M = \frac{2\pi^2\mu R^2 N^2}{c^2\ell}I_0^2 \cos^2\omega t$, $W_\omega = \frac{\varepsilon\mu^2\pi^2\omega^2 R^4 N^2}{4c^4\ell}I_0^2 \sin^2\omega t$,
 $\frac{W_\omega^{\max}}{W_M^{\max}} = \frac{\varepsilon\mu}{2}\left(\frac{\omega R}{2c}\right)^2 \approx 1,3 \cdot 10^{-15}$. **12.6.** $S_z = \frac{I^2R}{2\pi r^2 \ln(r_2/r_1)}$, $S_\varphi = \frac{I^2Rn}{r \ln(r_2/r_1)}$;
 $W = J^2R$, направлен в сторону резистора. **12.7.** $\rho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, $\rho_{\text{воды}} = 2\%$.

12.8. $W_{\text{э}} = \frac{2dI_0^2 \sin^2 \omega t}{\varepsilon \omega^2 R^2}$, $W_{\text{м}} = \frac{\mu dI_0^2 \cos^2 \omega t}{4c^2}$, $\frac{W_{\text{м}}^{\text{max}}}{W_{\text{э}}^{\text{max}}} = \frac{\varepsilon \mu}{2} \left(\frac{\omega R}{2c} \right)^2 \approx 1,3 \cdot 10^{-15}$.

12.9. 1) $j_{\text{см}} = 0$; 2) $j_{\text{см}} = -\frac{Vu}{4\pi d^2}$. **12.10.** $W = \frac{\mu_0 N^2 \mathcal{E}^2 \pi r^2}{2\ell R^2} = \frac{LJ^2}{2}$ (СИ).

Учебное издание

**ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КУРСА
ОБЩЕЙ ФИЗИКИ:
ТЕРМОДИНАМИКА,
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Учебно-методическое пособие
по курсу *Общая физика*

Составители:

Гуденко Алексей Викторович
Извекова Юлия Николаевна
Кузьмичев Сергей Дмитриевич
Попов Павел Владимирович
Филатов Юрий Николаевич

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *Л. В. Себова*

Подписано в печать 29.08.2012. Формат 60 × 84¹/₁₆.
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,8. Тираж 100 экз. Заказ № 212.

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: polygraph@miptic.ru