

# Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич



## Содержание лекции №3

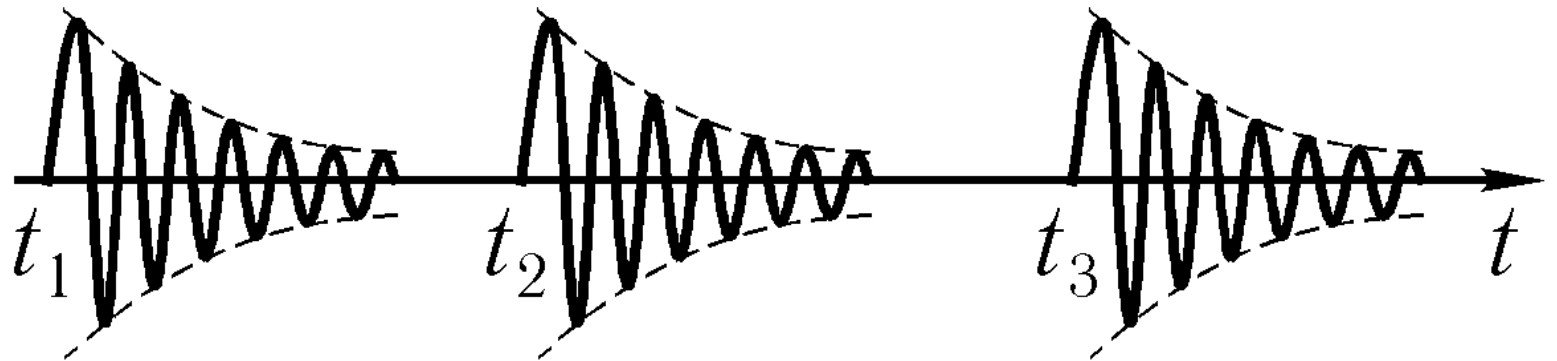
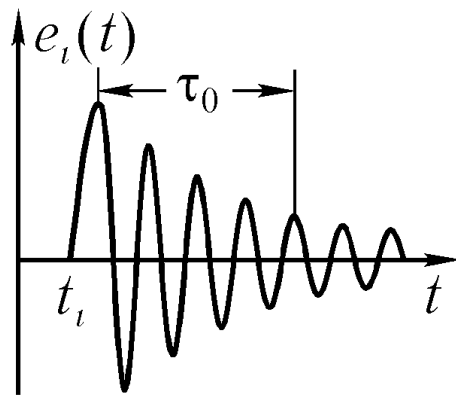
1. Квазимонохроматические волны.
2. Интерференция от точечного источника с двумя близкими длинами волн.
3. Интерференция от точечного квазимонохроматического источника с непрерывным спектром.
4. Временная когерентность. Длина когерентности.
4. Протяжённый монохроматический источник.
5. Апертура интерференции. Радиус когерентности.
6. Звёздный интерферометр Майкельсона и измерение углового диаметра звёзд.

# Квазимонохроматические волны

Модель источника света:

- источник света состоит из большого числа атомов;
- каждый атом может стать источником излучения;
- любой из атомов может начать «высвечиваться» в любой момент времени
- атом излучает конечное время

$\tau_0$  - длительность излучения (длительность цуга)



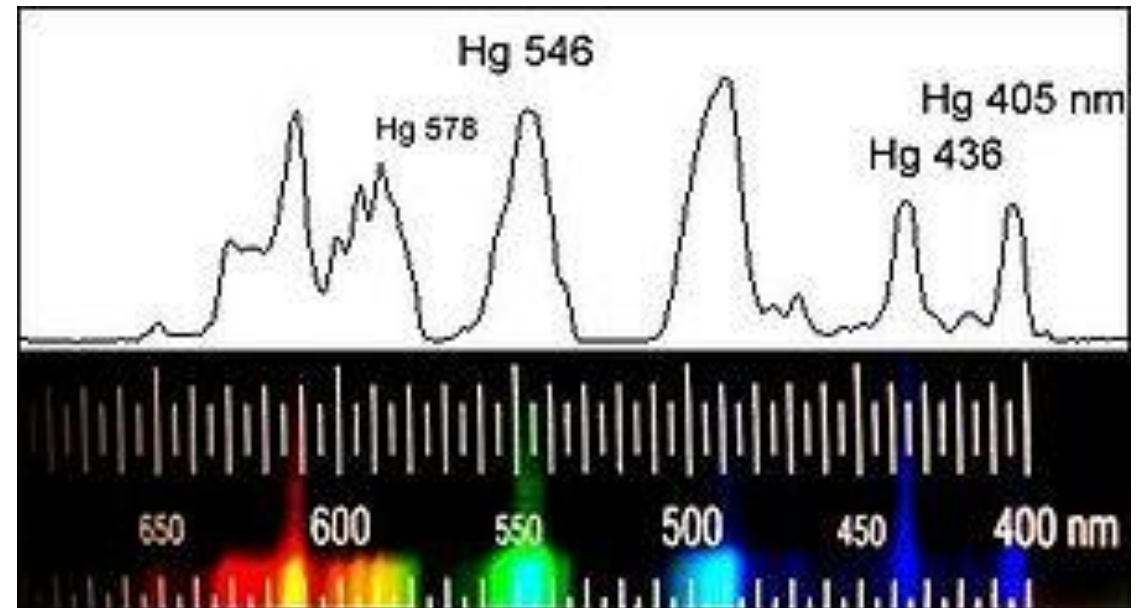


# Квазимонохроматические волны

$$E(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi(t))$$

$A(t)$ ,  $\varphi(t)$  - медленно и хаотически изменяющиеся функции

$\tau_0$  - время корреляции или когерентности



# Интерференция от точечного источника с двумя близкими длинами волн

Модель точечного источника немонахроматического излучения:

- спектр излучения источника состоит из двух близких спектральных линий ( $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ ,  $\Delta\lambda > 0$ ,  $\Delta\lambda \ll \lambda_1$ )
- интенсивности линий одинаковы  $I_1 = I_2 = I_0$
- на экране складываются интенсивности (а не напряжённости полей), т.е. происходит наложение интерференционных картин

$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2$$



# Интерференция от точечного источника с двумя близкими длинами волн

Интерференционная схема Юнга

$$I_1 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos(k_1 \Delta)\right) = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \Delta\right)\right),$$

$$I_2 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \Delta\right)\right)$$

$$I = I_1 + I_2 = 4I_0 \cdot \left(1 + \cos(k_1 \Delta) + \cos(k_2 \Delta)\right) =$$
$$= 4I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{\pi \cdot \Delta \lambda}{\lambda_1 \lambda_2} \Delta\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2} \Delta\right)\right),$$



$$I = 4I_0 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda_1 \lambda_2} \Delta \right) \cdot \cos \left( \frac{\pi \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2} \Delta \right) \right)$$

$$\lambda_{cp} = 0,5 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) = \lambda, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad I = 4I_0 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \right) \right)$$

Видность:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \left| \cos \left( \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta \right) \right|$$

$$V = 0, \quad \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta = \frac{\pi}{2},$$

$$\Delta = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda},$$

$$m_{max} = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}$$

- разность хода, при которой интерференционная картина пропадает
- максимальный порядок интерференции



$$Na : \quad \lambda_1 = 589,0 \text{ нм} \quad \lambda_2 = 589,6 \text{ нм} \quad \Delta\lambda = 0,6 \text{ нм}$$

$$m_1 = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} = 491 \quad - \text{ первый минимум видности}$$

$$V = 1, \quad \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta = \pi, \quad \Delta = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad - \text{ второй максимум видности}$$

( первый – при  $\Delta = 0$  )

$$m_2 = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 982$$

$$V = 0, \quad \frac{\pi \cdot \Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta = \frac{3\pi}{2}, \quad \Delta = \frac{3\lambda^2}{2\Delta\lambda}, \quad - \text{ второй минимум видности}$$

$$m_3 = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{3\lambda}{2\Delta\lambda} = 1473$$

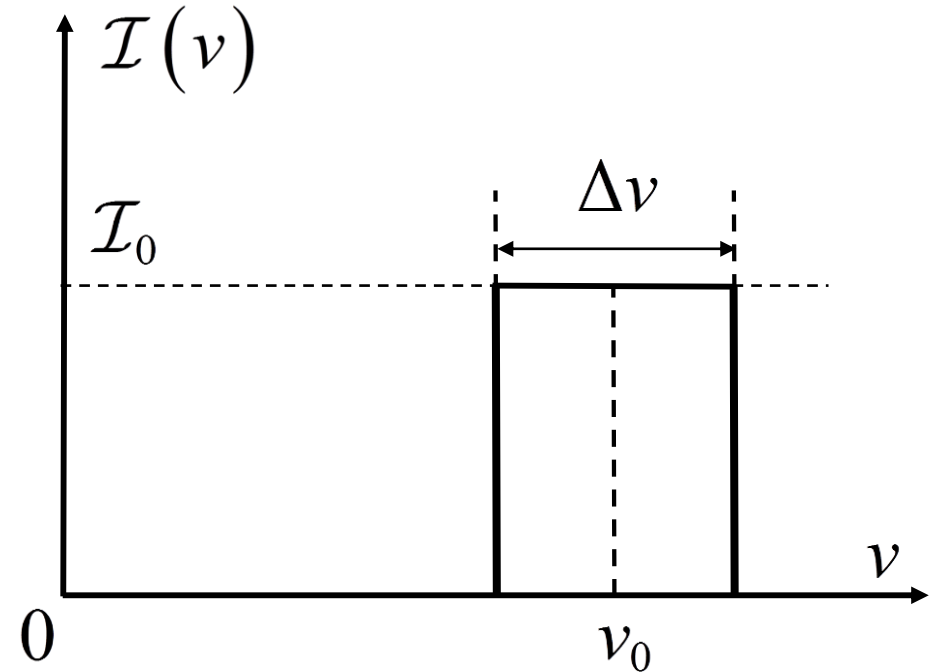
# Интерференция от квазимонохроматического источника с непрерывным спектром

$$dI(\nu) = \mathcal{I}(\nu) d\nu$$

$$\mathcal{I}(\nu) = \begin{cases} \mathcal{I}_0, & \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2} \leq \nu \leq \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \\ 0, & \nu < \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}, \quad \nu > \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \end{cases}$$

$$dI(\nu) = 2\mathcal{I}(\nu) d\nu \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c} \cdot \Delta\right) \right)$$

$$I(\Delta) = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} 2\mathcal{I}_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c} \cdot \Delta\right) \right) d\nu$$

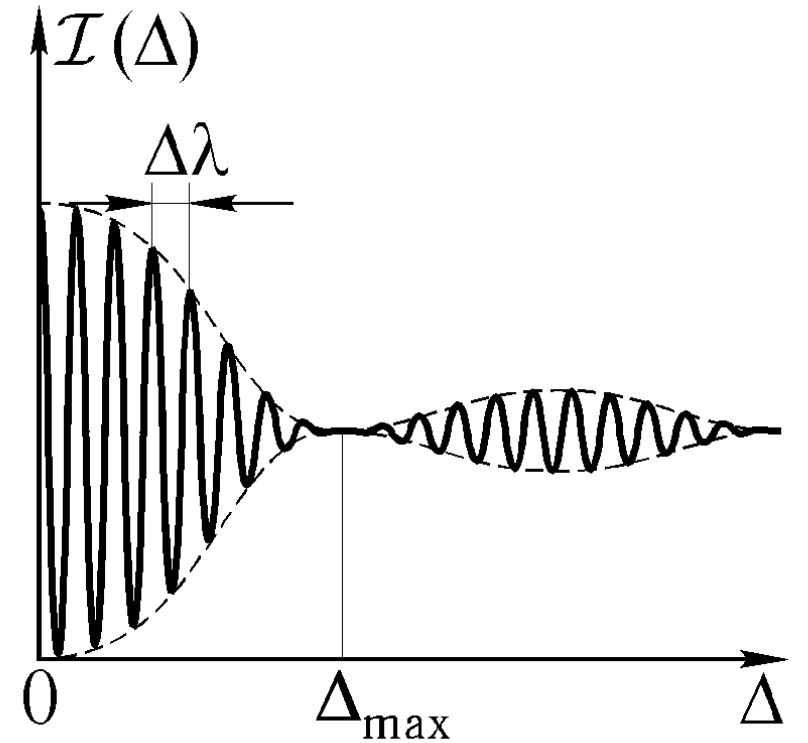


- сложение интенсивностей

# Интерференция от квазимонохроматического источника с непрерывным спектром

$$I(\Delta) = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} 2\mathcal{I}_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c} \cdot \Delta\right) \right) d\nu$$

$$I(\Delta) = 2\mathcal{I}_0 \left\{ 1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \Delta\nu}{c} \cdot \Delta\right)}{\frac{\pi \cdot \Delta\nu}{c} \cdot \Delta} \cos\left(\frac{2\pi\nu_0}{c} \cdot \Delta\right) \right\}$$



Максимальная разность хода для наблюдения интерференционной картины

$$\frac{\pi \cdot \Delta\nu}{c} \cdot \Delta_{max} = \pi, \quad \Delta_{max} = \frac{c}{\Delta\nu}$$

# Интерференция от квазимонохроматического источника с непрерывным спектром

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \cdot |\Delta\lambda|, \quad \Delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

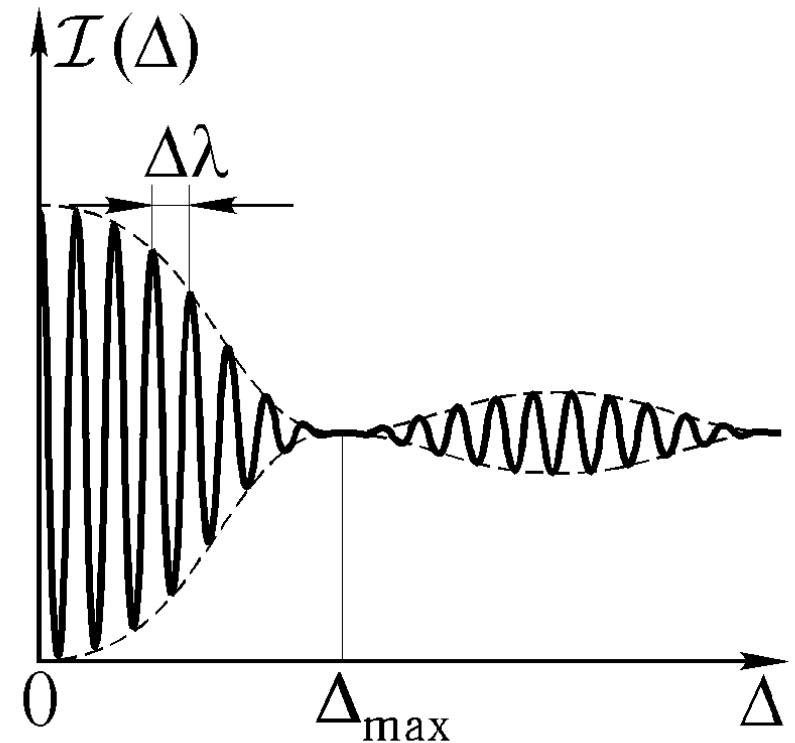
$$m_{max} = \frac{\Delta_{max}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

1)  $\Delta\lambda = 10 \text{ нм}, \quad \lambda = 500 \text{ нм}$

$$\Delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad m_{max} = 50$$

2)  $\Delta\lambda = 0,01 \text{ нм}, \quad \lambda = 500 \text{ нм}$

$$\Delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad m_{max} = 5 \cdot 10^4$$



# Временная когерентность. Длина когерентности.

**Длина когерентности** излучения – это максимальная разность хода при которой ещё возможно наблюдение интерференции

Связь ширины спектра излучения и длительности цуга

$$\Delta\nu \cdot \tau_0 \approx 1$$

Длина когерентности и время когерентности

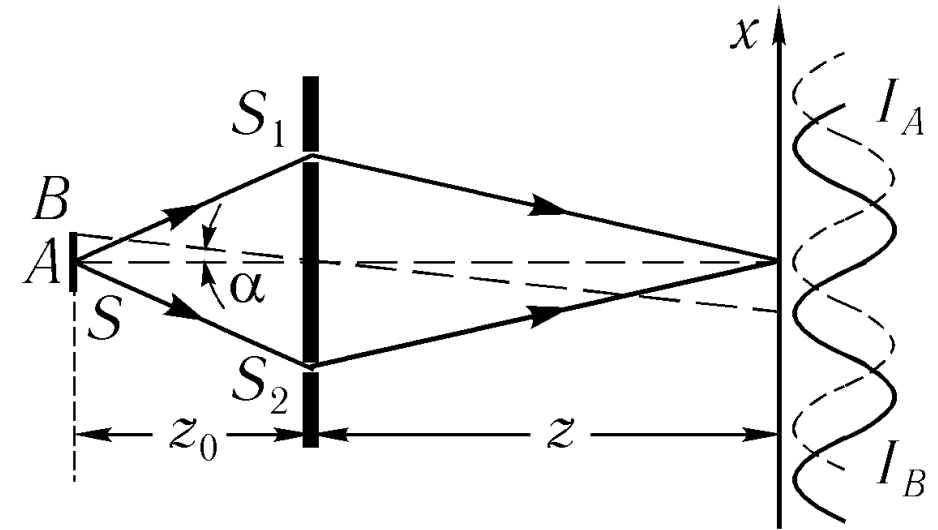
$$l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \lambda \cdot \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \lambda \cdot \frac{\nu}{\Delta\nu} = c \cdot \tau_0$$

# Протяжённый источник и пространственная когерентность

Протяжённый источник света – совокупность большого числа независимых точечных монохроматических источников.

Интенсивность интерференционной картины – сумма интенсивностей интерференционных картин, создаваемых каждым точечным источником.

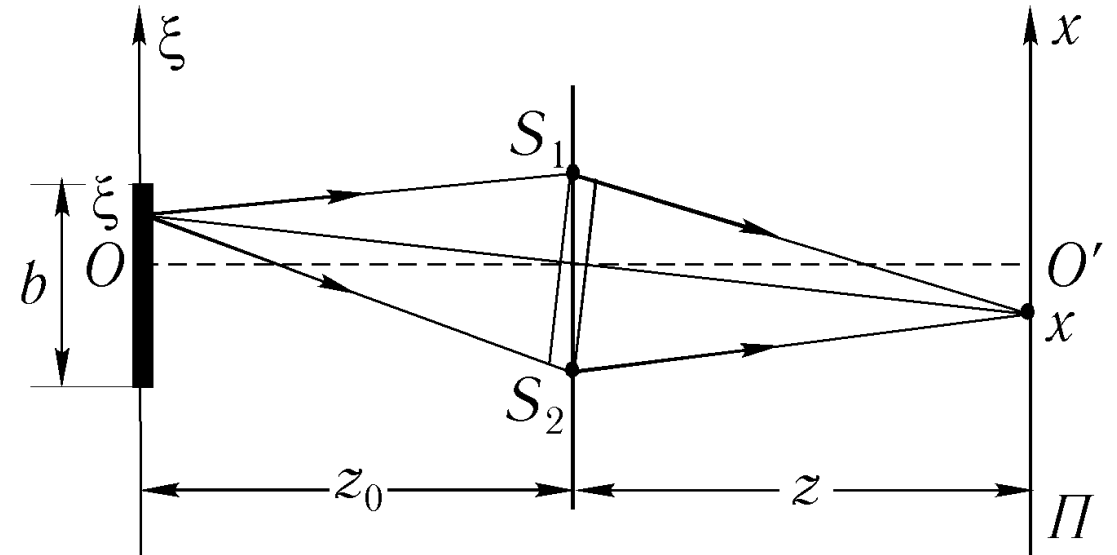
Видность интерференционных полос зависит от размеров источника.



# Интерференция от монохроматического протяженного источника

$$dI(\xi) = I(\xi) d\xi$$

$$I(\xi) = \begin{cases} I_0, & -\frac{b}{2} \leq \xi \leq \frac{b}{2} \\ 0, & \xi < -\frac{b}{2}, \quad \xi > \frac{b}{2} \end{cases}$$



$$dI(\xi = 0) = 2I(\xi = 0) d\xi \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot x\right) \right)$$

$$dI(\xi) = 2I(\xi) d\xi \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot \left(x - \frac{z}{z_0} \xi\right)\right) \right)$$



# Интерференция от монохроматического протяженного источника

$$dI(\xi) = 2\mathcal{I}(\xi) d\xi \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot \left( x - \frac{z}{z_0} \xi \right) \right) \right)$$

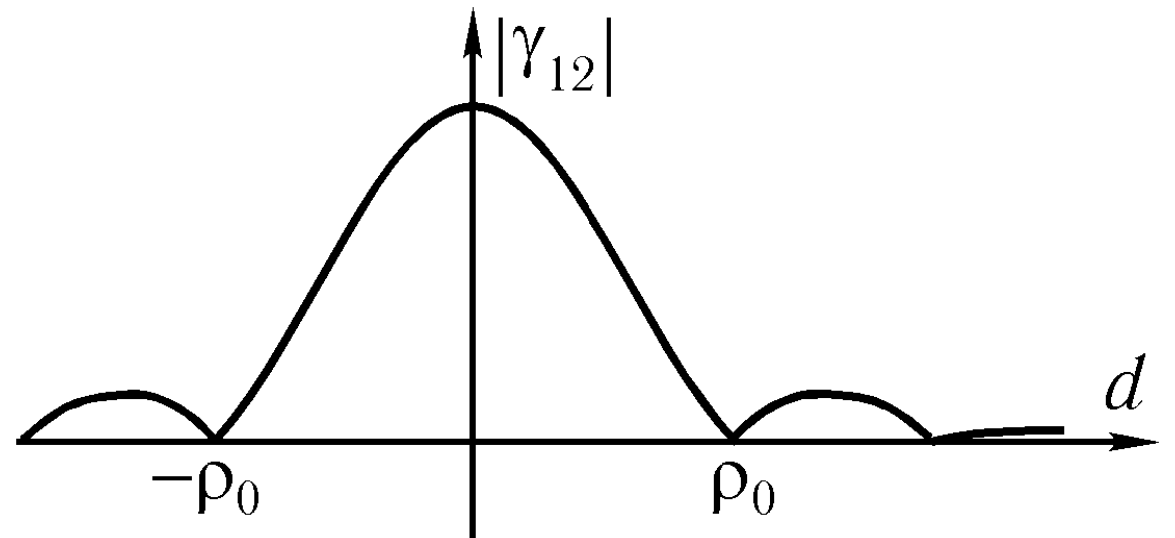
$$I(x) = \int_{-b/2}^{b/2} 2\mathcal{I}_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot \left( x - \frac{z}{z_0} \xi \right) \right) \right) d\xi$$

$$I(x) = 2\mathcal{I}_0 \left\{ 1 + \frac{\sin \left( \frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0} \right)}{\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}} \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot x \right) \right\}$$

# Интерференция от монохроматического протяженного источника

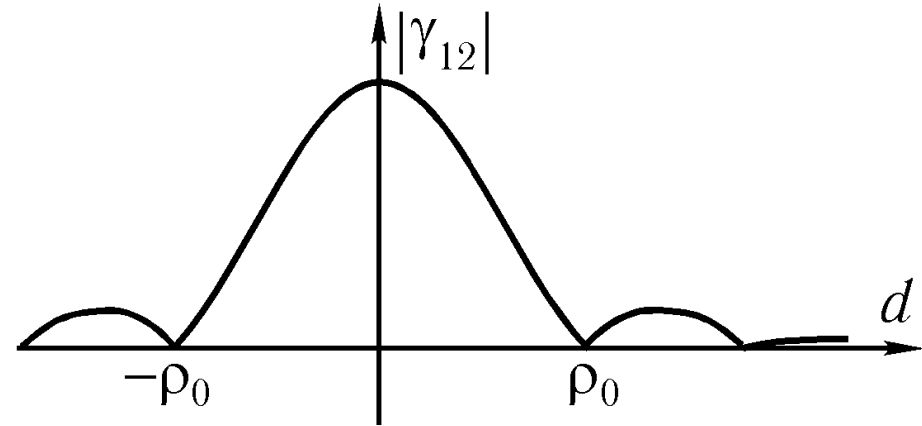
$$I(x) = 2I_0 \left\{ 1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}\right)}{\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}} \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda z} \cdot x\right) \right\}$$

$$V = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}\right)}{\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}} \right|$$



# Интерференция от монохроматического протяженного источника

$$V = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}\right)}{\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0}} \right|$$



Видность минимальна при условии:  $\frac{\pi \cdot d \cdot b}{\lambda z_0} = \pi \quad d = \frac{\lambda z_0}{b} = \rho_0$

Если расстояние  $d$  между отверстиями в опыте Юнга таково, что

$$d < \rho_0 = \frac{\lambda z_0}{b}$$

то колебания в этих точках частично когерентны

# Интерференция от монохроматического протяженного источника

$$\psi = \frac{b}{z_0} \quad - \text{угловой размер источника}$$

$$\Omega = \frac{d}{z_0} \quad - \text{апертура интерференции}$$

$$d < \frac{\lambda}{\psi}$$

Интерференционная картина в опыте Юнга будет наблюдаться, если размер источника ( $b$ ) таков, что выполняется условие

$$b < \frac{\lambda z_0}{d} = \frac{\lambda}{\Omega}$$

или, угловой размер  $\psi$  источника должен быть меньше  $\lambda / d$

Угловой диаметр Солнца  $\psi \approx 10^{-2} \text{ рад}$  ,

$$\lambda \approx 550 \text{ нм} , \quad d < 0,55 \text{ мм}$$

# Звёздный интерферометр Майкельсона и измерение углового диаметра звёзд

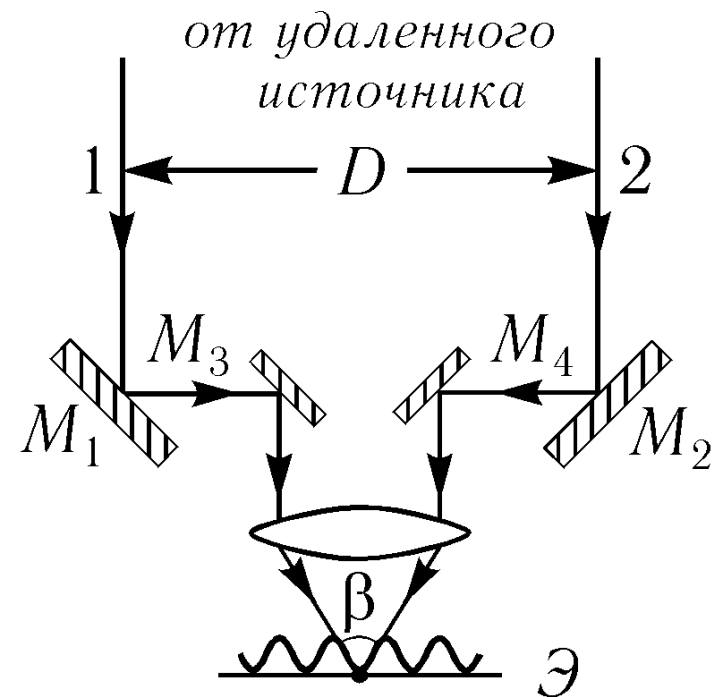
Удалённая звезда – протяжённый источник света. Видность интерференционной картины зависит от когерентности колебаний на зеркалах  $M_1$  и  $M_2$ .

$D$  - база интерферометра (изменяемая величина).

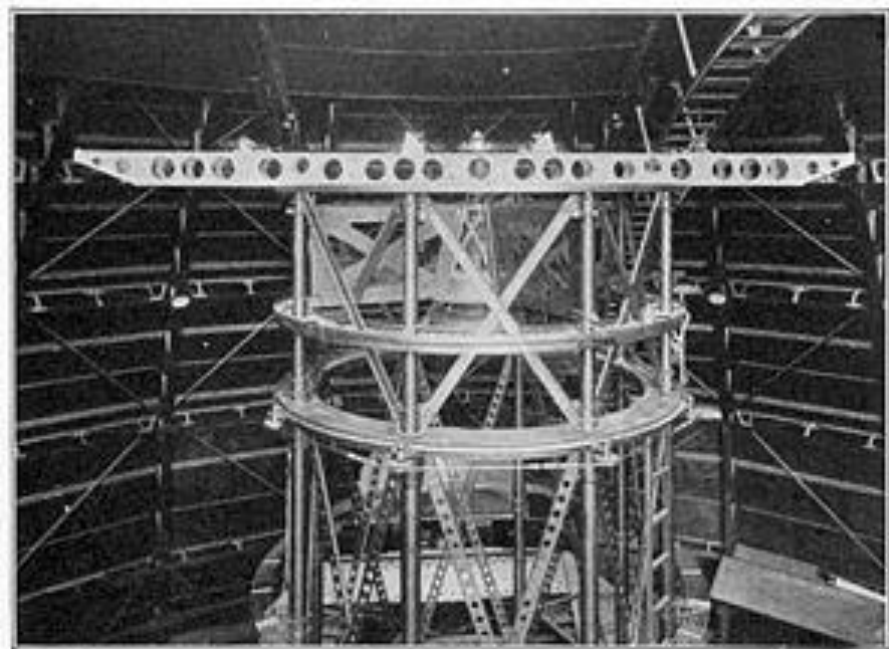
Картина интерференции исчезает при условии

$$D = \frac{\lambda}{\psi}$$

$\psi$  - угловой размер звезды



# Угловой размер звезды Бетельгейзе (600 св.лет)



Полосы исчезли при  
 $D = 306,5 \text{ см}$

$$\lambda = 575 \text{ нм}$$

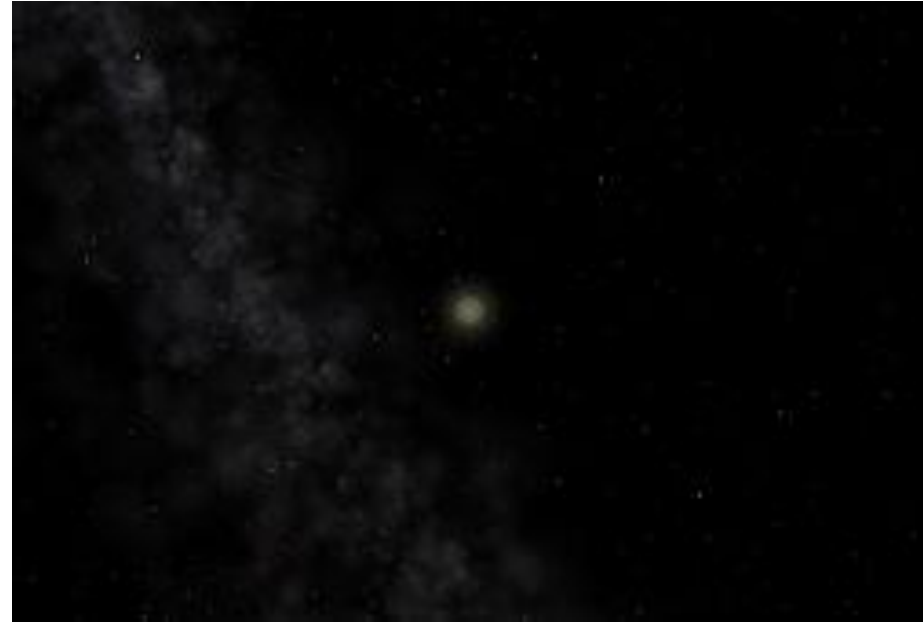
$$\psi \approx 0,047''$$

Диаметр звезды  $\approx 9 \cdot 10^8 \text{ км}$

$\alpha$ -звезда созвездия Орион



# Звезда Бетельгейзе и Солнце с расстояния 8 а.е.



Диаметр звезды

$\approx 9 \cdot 10^8$  км  $\approx 1000$  диаметров Солнца