

Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич



Содержание лекции №2

- 1. Внутренняя энергия тела и способы её изменения. Работа, теплота.**
- 2. Первое начало термодинамики.**
- 3. Теплоёмкость.**
- 4. Адиабатический и политропический процессы.**
- 5. Процесс Джоуля-Томсона.**
- 6. Скорость звука в газах.**
- 7. Адиабатическое истечение газа.**

Внутренняя энергия U тела (термодинамической системы) складывается из кинетической энергии всех атомов и молекул и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом.

Способы изменения внутренней энергии: **совершение работы и теплообмен (или теплопередача).**

Работа A системы и работа $A_{\text{внеш}}$ над системой (работа внешних сил) связаны соотношением

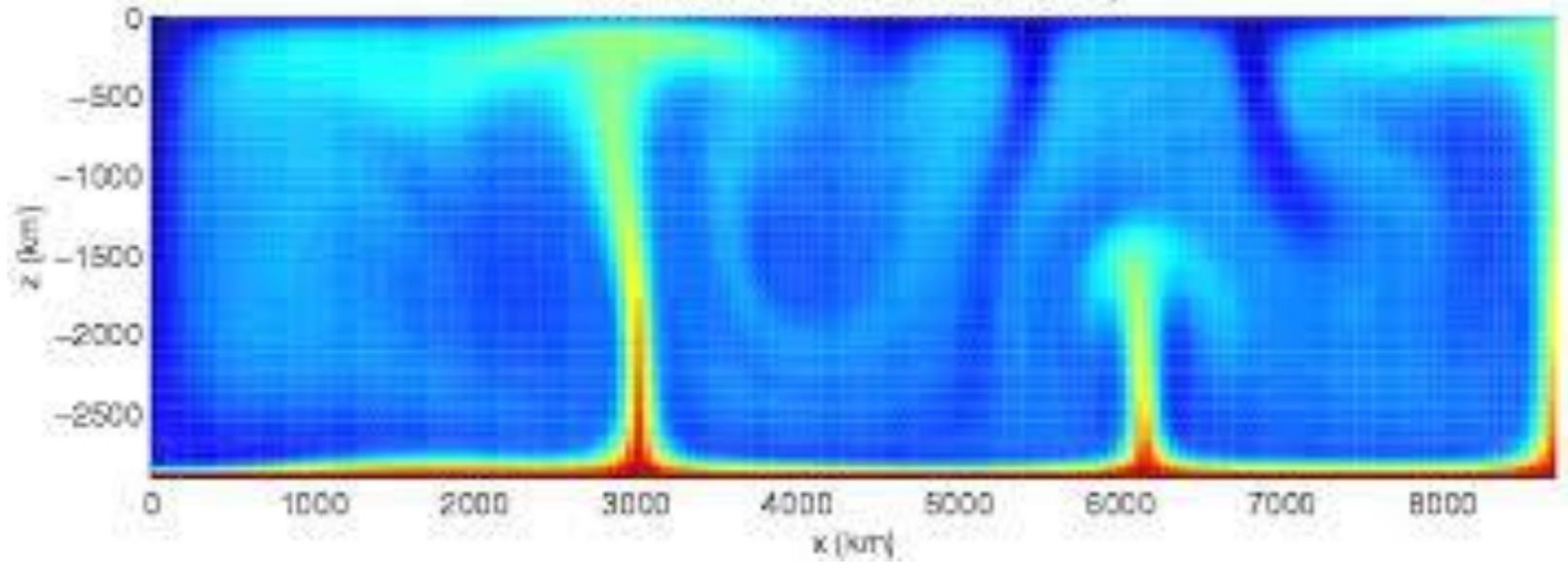
$$A = -A_{\text{внеш}}$$

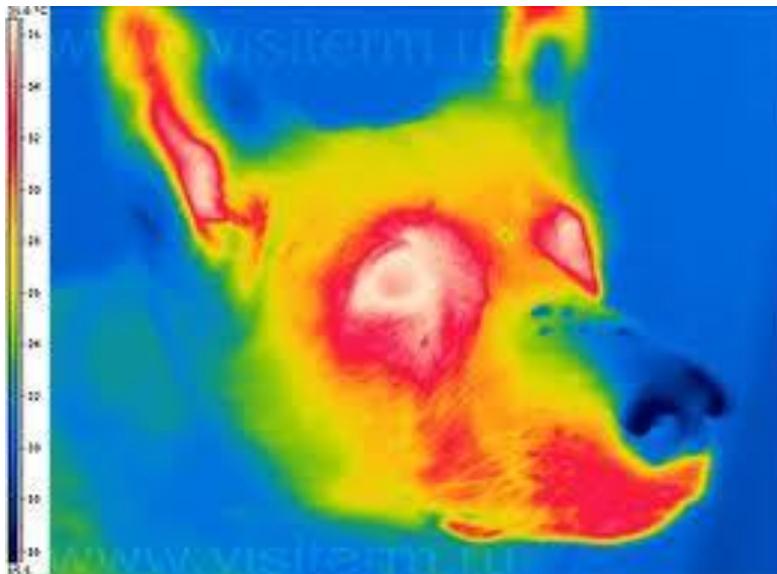
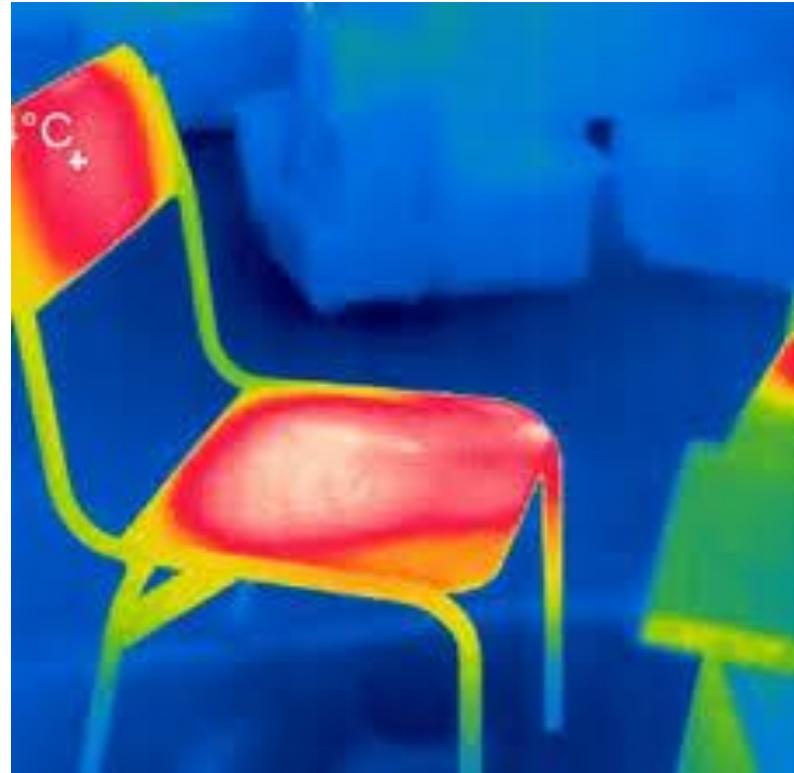
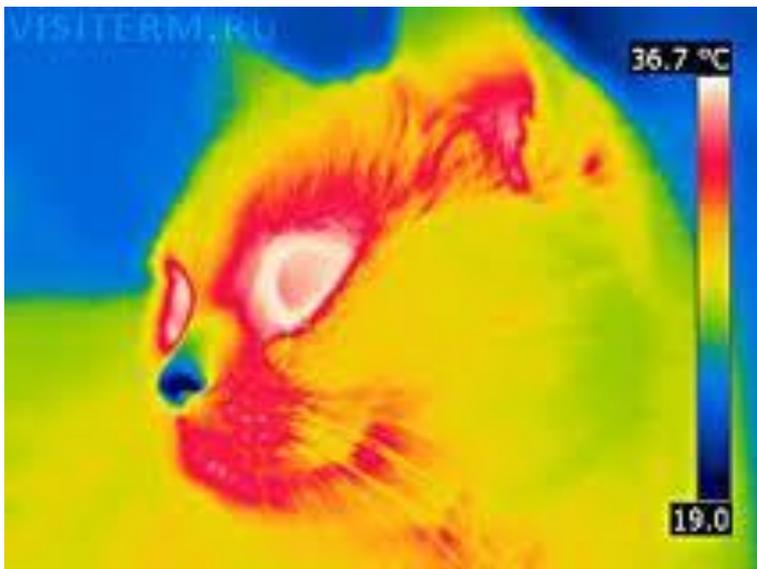
При взаимодействии термодинамической системы с окружающей средой происходит обмен энергией между ними. Если при этом внешние силы не совершают работы над системой, то полученное системой количество энергии называется **количеством теплоты** Q , а сам процесс передачи энергии – **теплообменом**.

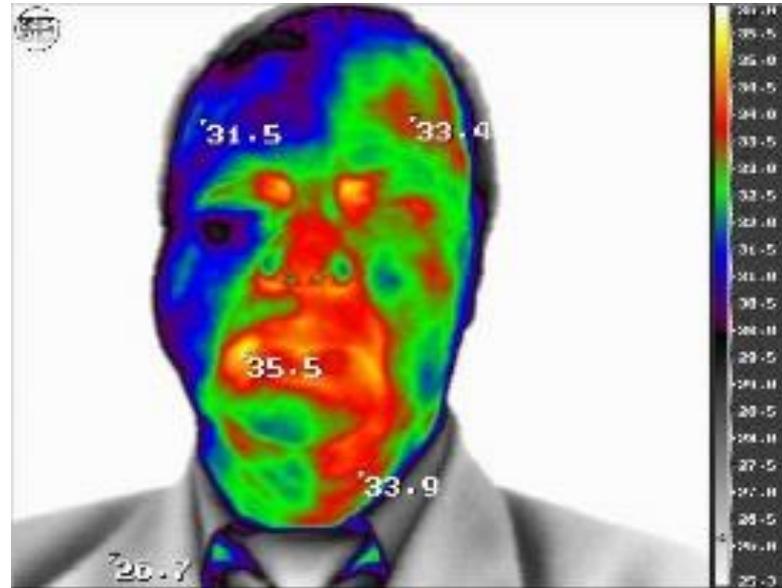
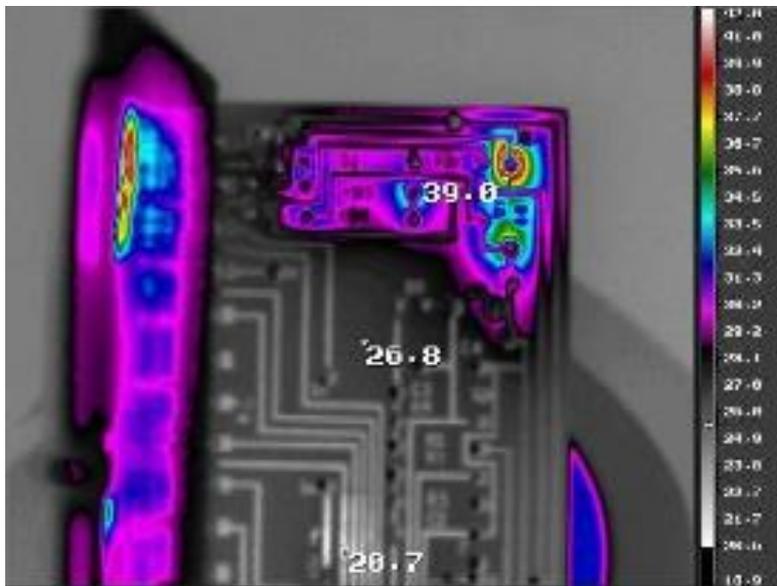
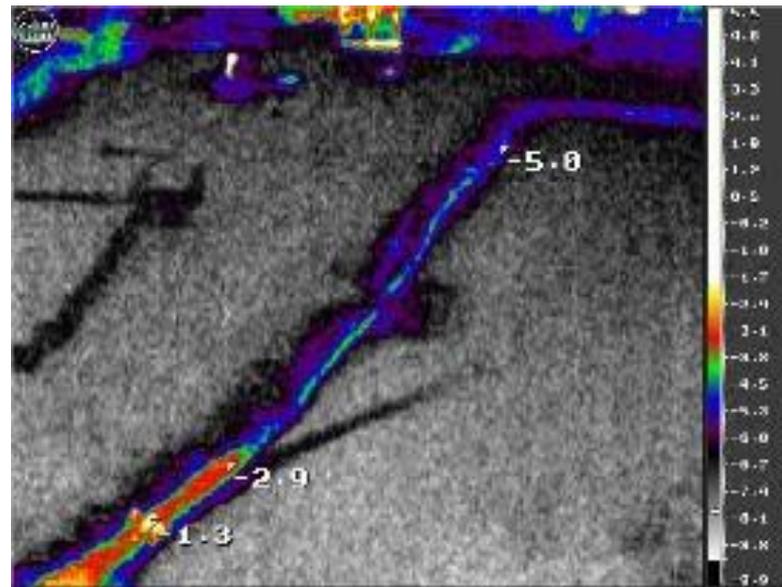
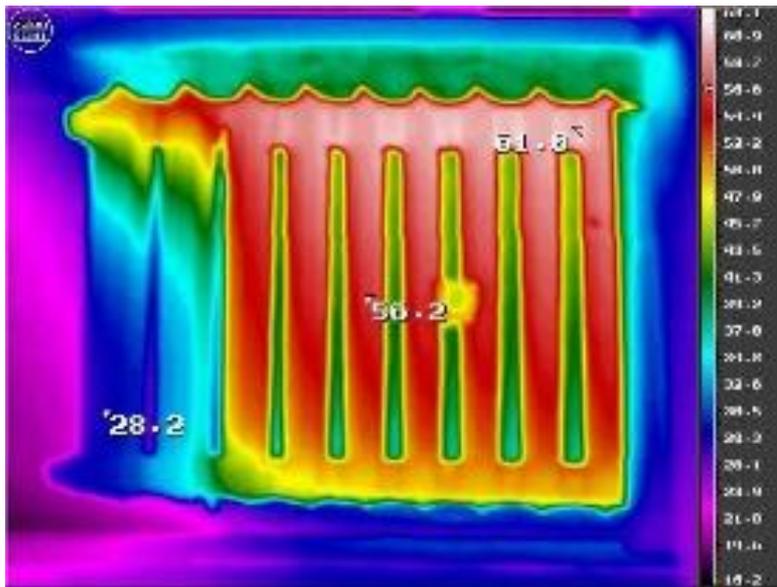
Способы теплообмена: **теплопроводность, конвекция и излучение.**



Thermal convection, constant viscosity







Изображения получены с использованием термографов компании ИРТИС

Работа в квазистатическом процессе

Элементарная работа

$$\delta A = PdV$$

При расширении ($dV > 0$) совершается положительная работа $\delta A > 0$

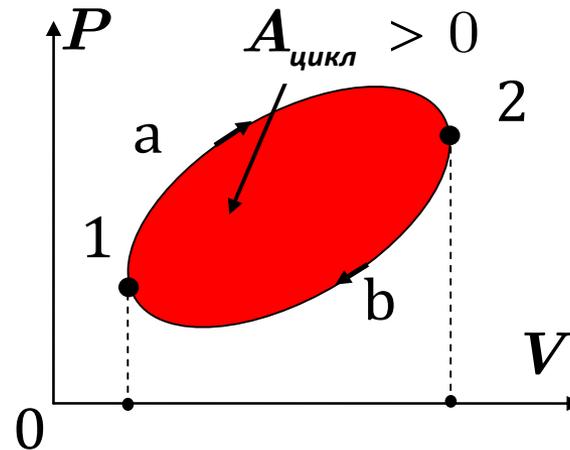
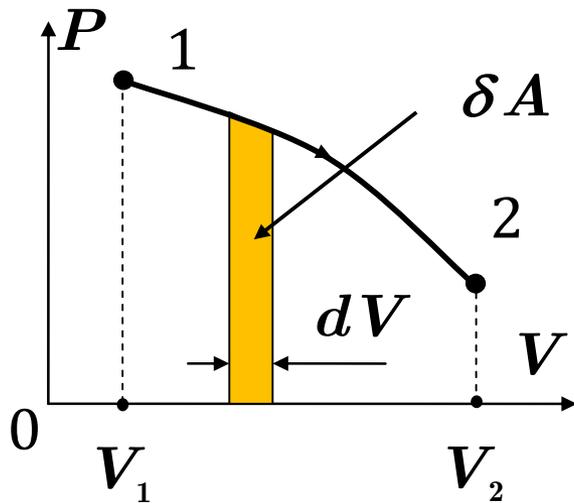
При сжатии ($dV < 0$) совершается отрицательная работа $\delta A < 0$

Аналитический метод расчета работы

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV$$

Величина работы зависит от «особенностей» процесса (пути перехода на графике процесса)

Графики процессов $P(V)$ и работа



Работа $A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV$ - «площадь» под графиком процесса $P(V)$.

Работа в цикле $A_{\text{цикл}}$ равна «площади» фигуры, границами которой являются отдельные участки цикла.

Работа идеального газа в изопроцессах

Изохорный процесс ($V = const$)

$$A_{1-2} = 0$$

Изобарный процесс ($P = const$)

$$A_{1-2} = P \cdot (V_2 - V_1) = \nu R (T_2 - T_1)$$

Изотермический процесс ($T = const$)

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV = \nu R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R T \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Первое начало термодинамики:

Количество теплоты Q , поступившей в систему, идет на изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ системы и на совершение работы A этой системой:

$$Q = \Delta U + A = U_2 - U_1 + A$$

Для элементарного процесса

$$\delta Q = dU + \delta A$$

Количество теплоты не является функцией состояния.

Для циклического процесса

$$U_2 = U_1, \quad \Delta U = 0$$

$$Q_{\text{цикл}} = A_{\text{цикл}}$$

Одной из количественных характеристик теплообмена служит **теплоёмкость**, которая определяется как количество теплоты, которое нужно подвести к телу в **данном процессе**, чтобы его температура возросла на один кельвин

$$C_{\text{процесс}} = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{\text{процесс}}$$

Молярная и удельная теплоёмкости

$$C_{\text{мол}} = \frac{C}{\nu}, \quad c_{\text{уд}} = \frac{C}{m}$$

Изменение внутренней энергии в переменных V, T

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

Запись первого начала термодинамики с использованием теплоёмкости

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad \delta Q = C dT, \quad \delta A = P dV$$

$$C dT = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + P dV$$

$$C_{\text{процесс}} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{\text{процесс}}$$

$$C_{\text{процесс}} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{\text{процесс}}$$

Изохорный процесс

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

Изобарный процесс

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

Разность теплоёмкостей C_P и C_V

$$C_P - C_V = \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

Для всех веществ

$$C_P - C_V = -T \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T < 0 \Rightarrow C_P > C_V$$

$C_V > 0$, $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T < 0$ - условия термодинамической устойчивости.

Для конденсированных сред $C_P \approx C_V$ (из-за малости теплового расширения):

Медь $c_P \approx 386 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$, $c_P - c_V = 1,3 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$

Вода $c_P = 4200 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$, $c_P - c_V = 2 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$

Ртуть $c_P = 140 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$, $c_P - c_V = 17 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$

1 калория = 4,18 Дж

Удельные изобарные теплоёмкости
при нормальном атмосферном давлении

Элемент	$c_p, \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
Алюминий, 250 К	858
Бериллий, 250 К	1560
Вольфрам, 250 К	131
Литий, 250 К	3383
Жидкий азот, 70 К	2023
Вода, 273 К	4200
Углерод (графит), 250 К	568
Углерод (алмаз), 250 К	344

Теплоёмкость идеального газа

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0, \quad C_{\text{процесс}} = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{\text{процесс}}$$

Для молярных теплоёмкостей с учетом уравнения состояния

$$C_P - C_V = P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = R \quad - \text{соотношение Майера}$$

Показатель адиабаты $\gamma = C_P / C_V$

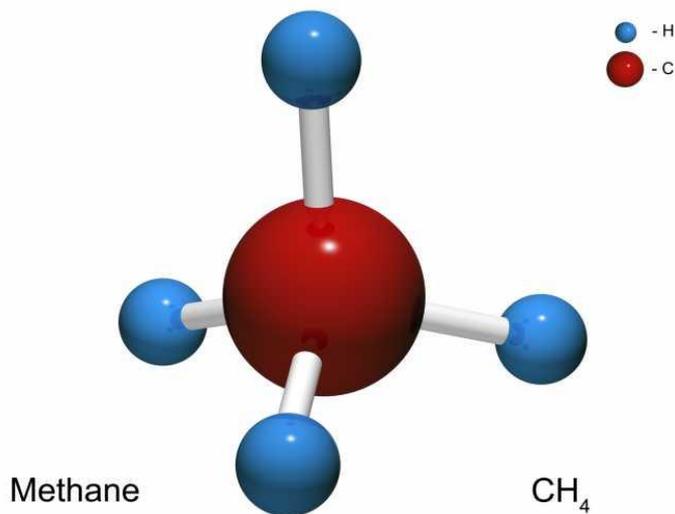
При $C_V = \text{const}$ внутренняя энергия ν молей идеального газа определяется выражением

$$U = \nu C_V T$$

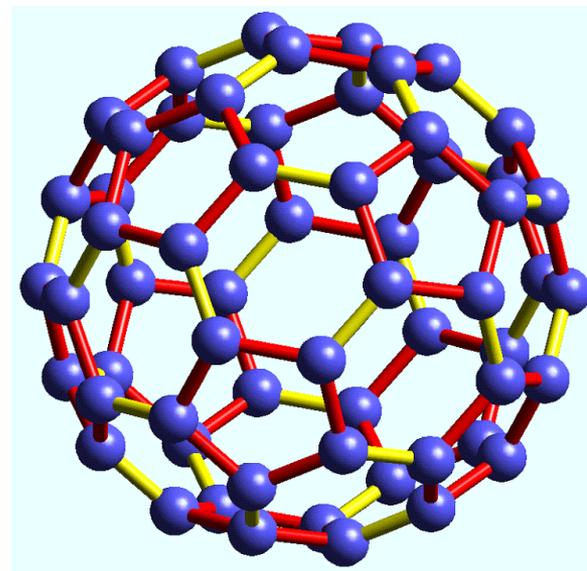
Число i степеней свободы молекулы, состоящей из N атомов, определяется числом независимых координат, определяющих расположение каждого атома.

$$i_{max} = 3N$$

При наличии ограничений (связей) $i < 3N$



Метан



Фуллерен C_{60}

Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы: на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная

$$\frac{kT}{2}$$

Одноатомная молекула - $i = 3$

(три поступательных степени свободы).

Двухатомная жесткая молекулы - $i = 5$

(три поступательных степени свободы + две вращательных).

Трехатомная (многоатомная) жесткая

нелинейная молекула - $i = 6$

(три поступательных степени свободы + три вращательных)

Средняя энергия для колебательной степени свободы

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{\text{кин}} + \bar{\varepsilon}_{\text{пот}} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$$

Число степеней свободы молекулы

$$i_{\Sigma} = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}}$$

Средняя энергия одной молекулы

$$\bar{\varepsilon} = i_{\Sigma} \frac{kT}{2}$$

Средняя энергия ансамбля из N одинаковых молекул

$$U = N\bar{\varepsilon} = i_{\Sigma} \nu \frac{N_A kT}{2} = i_{\Sigma} \nu \frac{RT}{2} = \frac{1}{2} i_{\Sigma} PV$$

Теплоёмкость и внутренняя энергия идеального газа

	i_{Σ}	C_V	C_P	γ	U
Одноатомные газы (He, Ne, Ar)	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}\nu RT$
Двухатомные газы (H_2, N_2, O_2)	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{2}\nu RT$
Многоатомные газы (H_2O, NH_3, CH_4)	6	$3R$	$4R$	$\frac{4}{3}$	$3\nu RT$

Адиабатический и политропический квазистатические процессы

Любой процесс, в ходе которого теплоёмкость остается постоянной, называется политропическим.

Молярная теплоёмкость $C = const$

$$\delta Q = \nu C dT = \nu C_V dT + \frac{\nu R T}{V} dV$$

$$(C - C_V) \frac{dT}{T} = R \frac{dV}{V}$$

При $C_V = const$

$$T^{\frac{C_V - C}{R}} V = const$$

$$P V^{\frac{C - C_P}{C - C_V}} = P V^n = const$$

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V} \quad - \text{показатель политропы}$$

а) Изохорный процесс

$$V = \text{const}, \quad C = C_V, \quad n = \infty$$

б) Изобарный процесс

$$P = \text{const}, \quad C = C_P, \quad n = 0$$

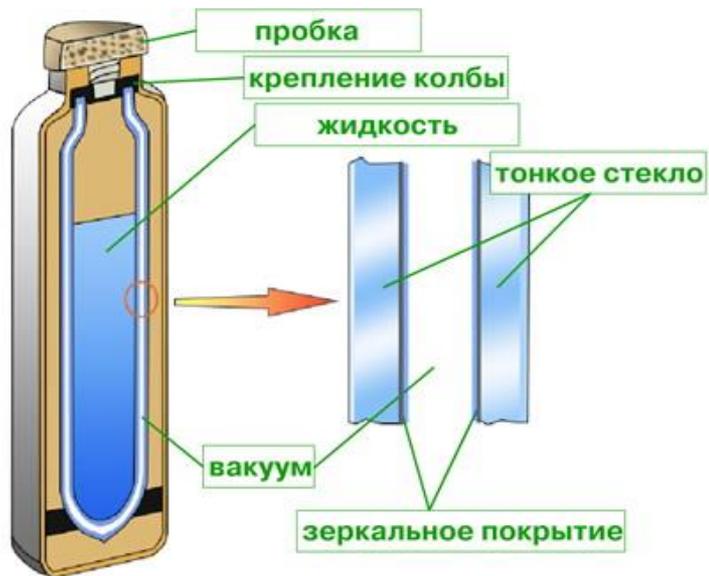
в) Изотермический процесс

$$T = \text{const}, \quad C = \infty, \quad n = 1$$

г) Адиабатический квазистатический процесс ($Q = 0$)

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad C = 0, \quad n = \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Адиабатическая оболочка



Адиабата и изотерма

Графики изотермы и адиабаты

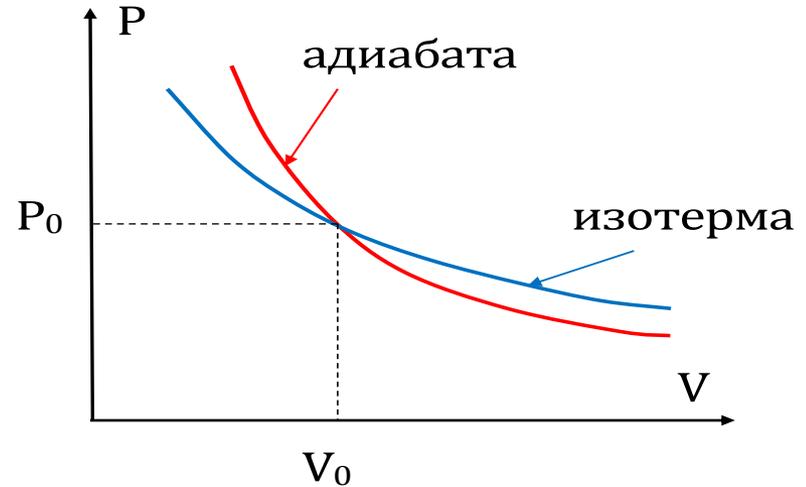
Изотермическая сжимаемость

$$\beta_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P}$$

Адиабатическая сжимаемость

$$\beta_{ad} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{ad} = \frac{1}{\gamma P}$$

$$\beta_T > \beta_{ad}$$



Адиабатическое сжатие идеального газа

Случай 1. Идеальный газ адиабатически сжимают, **быстро** увеличивая давление от P_1 до P_2 .
Определить конечную температуру.

$$A_{\text{внеш}} = P_2 \cdot (V_1 - V_2) = U_2 - U_1 = \nu C_V \cdot (T_2 - T_1)$$

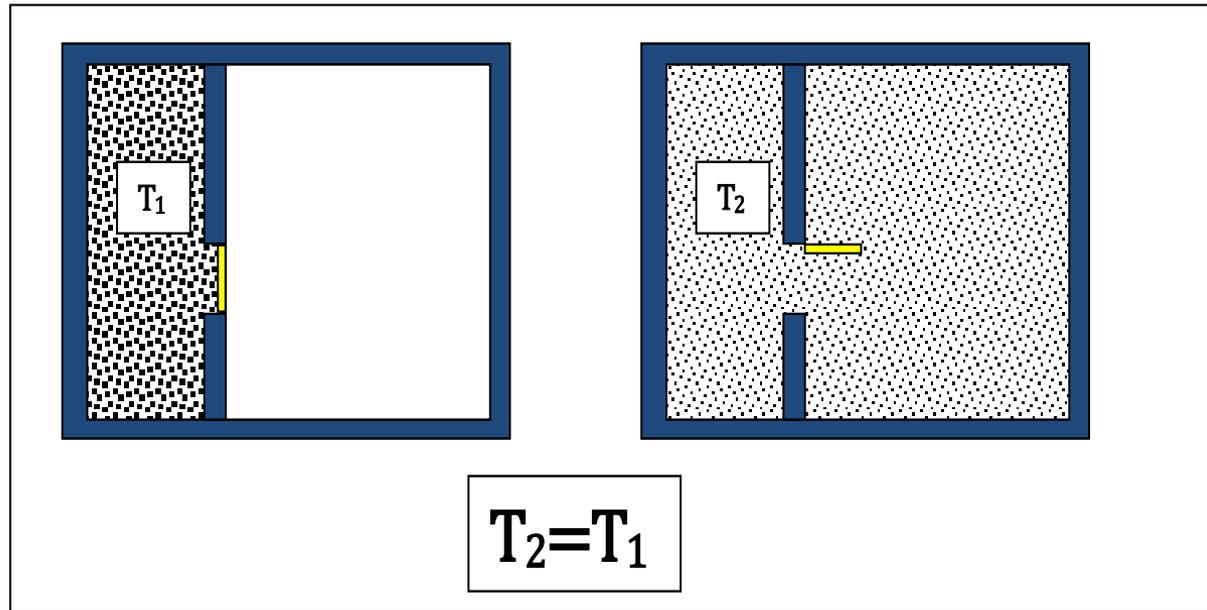
$$P_1 V_1 = \nu R T_1, \quad P_2 V_2 = \nu R T_2, \quad T_2 = T_1 \cdot \frac{C_V + \frac{P_2}{P_1} R}{C_V + R}$$

Случай 2. Идеальный газ адиабатически сжимают, **квазистатически** увеличивая давление от P_1 до P_2 .
Определить конечную температуру.

$$T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}, \quad T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

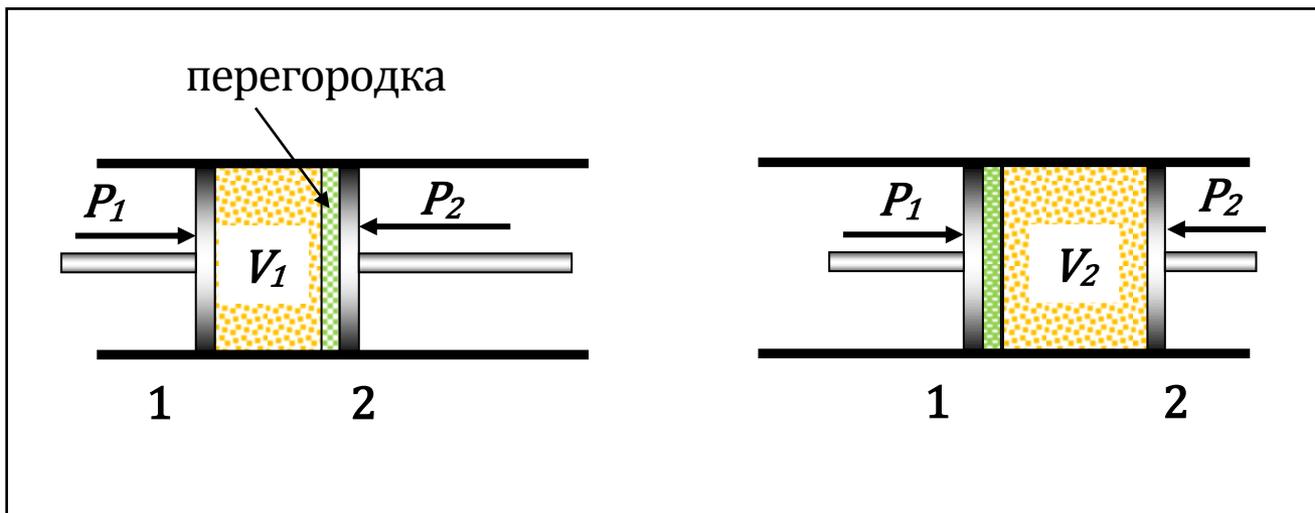
$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{C_V+R}} \quad T_{2,\text{квазист}} < T_{2,\text{неравн}}$$

Опыт Гей-Люссака-Джоуля (адиабатическое расширение газа в вакуум)



Температура идеального газа при адиабатическом расширении в вакуум не изменяется. Следовательно, внутренняя энергия идеального газа не зависит от объёма.

Дросселирование. Эффект Джоуля-Томсона.



Эффект Джоуля-Томсона – изменение температуры реального газа при медленном его протекании через теплоизолированную пористую перегородку, обладающую большим гидродинамическим сопротивлением, из области высокого давления в область низкого давления.

$$A_{\text{внеш}} = P_1 V_1 - P_2 V_2 = U_2 - U_1,$$

$$U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2$$

Величина $H = U + PV$, называемая **энтальпией**, сохраняется.

Адиабатическое дросселирование —
изоэнтальпийный процесс.

Для идеального газа

$$H = U + PV = \nu C_V T + \nu R T =$$

$$= \nu (C_V + R) T = \nu C_P T,$$

$$H_1 = \nu C_P T_1 = H_2 = \nu C_P T_2$$

$$T_1 = T_2$$

Скорость звука в газе.

Звуковые волны в газе – продольные волны сжатия и разрежения

Скорость звука
$$v_{зв}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\text{процесс}}$$

Для изотермического процесса в идеальном газе

$$P / \rho = RT / M \quad v_{зв, \text{изотерм}} = \sqrt{\frac{RT}{M}} \approx 280 \text{ м / с}$$

Для адиабатического процесса в идеальном газе

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\text{адиаб}} = \gamma \frac{P}{\rho}$$
$$v_{зв, \text{адиаб}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \approx 330 \text{ м / с} \quad \text{- для воздуха при}$$
$$T = 273 \text{ K}$$

Адиабатическое истечение газа из сосуда через короткую трубку малого диаметра

$$A_{\text{внеш}} = P_1 V_1 - P_2 V_2 = U_2 - U_1 + \frac{mv^2}{2}, \quad H_1 - H_2 = \frac{mv^2}{2}$$

Для идеального газа

$$\nu C_P T_1 - \nu C_P T_2 = \frac{\nu M v^2}{2}$$

Скорость истечения газа

$$v = \sqrt{\frac{2C_P (T_1 - T_2)}{M}}$$

При адиабатическом истечении

$$v = v_{36} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} = v_{36} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right)},$$
$$v_{36} = \sqrt{\gamma \frac{RT_1}{M}}$$

$$v = v_{36} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right)}$$

Максимальная скорость истечения газа достигается при

$$P_2 = 0$$

и равна

$$v_{max} = v_{36} \sqrt{5}$$

Для двухатомного идеального газа

$$v_{max} = v_{36} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}}$$

