

# Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич



# Содержание лекции №11

1. Магнитное поле в веществе. Токи проводимости и молекулярные токи.
2. Магнитная индукция и напряжённость магнитного поля.
3. Теорема о циркуляции для магнитного поля в веществе.
4. Граничные условия для магнитного поля.
5. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Пара-, диа- и ферромагнетики. Преломление силовых линий.
6. Магнитное поле соленоида с магнитным сердечником. Намагничивание стержня в магнитном поле.
7. Сверхпроводящий шар в магнитном поле.

# Магнитное поле в веществе

**Магнитное поле в веществе** создаётся внешним полем и циркулирующими в этом веществе токами, которые можно разделить на две группы: **токи проводимости и молекулярные токи**.

**Токи проводимости** связаны с перемещением свободных зарядов.

**Молекулярные токи** обусловлены орбитальным движением и спином электронов в атомах (и молекулах) вещества.

Молекулярные токи связаны с магнитными моментами отдельных частиц вещества (электронов, ядер, атомов).

В размагниченном состоянии магнитные моменты отдельных частиц либо равны нулю, либо ориентированы хаотично.

# Намагничивание и магнетики

При наложении внешнего магнитного поля **магнитные моменты частиц** полностью или частично **ориентируются в направлении этого поля** – вещество **намагничивается**.

Вещества способные намагничиваться **называются магнетиками**.

Сильными магнитными свойствами обладают **ферромагнетики** (железо, никель, кобальт, элементы редких земель).

Слабыми магнитными свойствами обладают **парамагнетики и диамагнетики**.

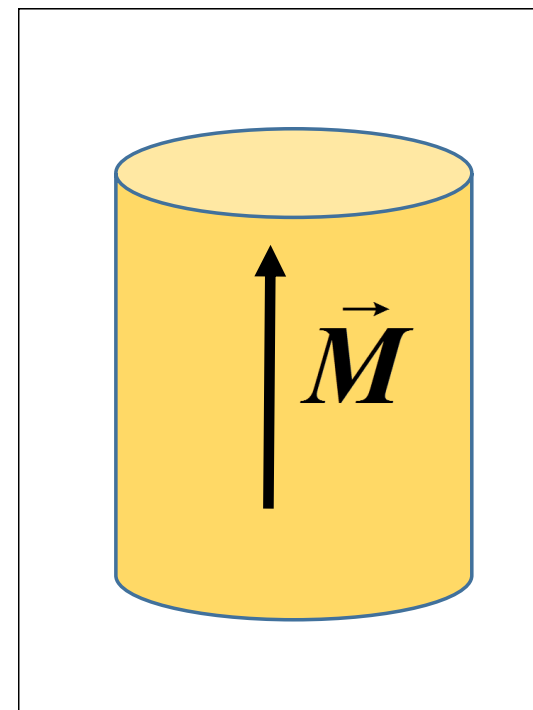
# Молекулярные токи и намагниченность

Для описания магнитных свойств вещества и вычисления поля в веществе вводятся **ТОКИ намагничивания** («сглаженные» молекулярные токи).

Намагниченность среды характеризуют **вектором намагниченности**  $\vec{M}$  – магнитным моментом единицы объёма магнетика.

**Магнитный момент**  $\vec{m}$  однородно намагниченного цилиндра объёмом  $V$

$$\vec{m} = \vec{M} \cdot V = \vec{M} \cdot S \cdot l$$



# Молекулярные токи и намагниченность

Магнитный момент цилиндра, по поверхности которого течёт *поверхностный ток*  $I_{\text{мол}}$

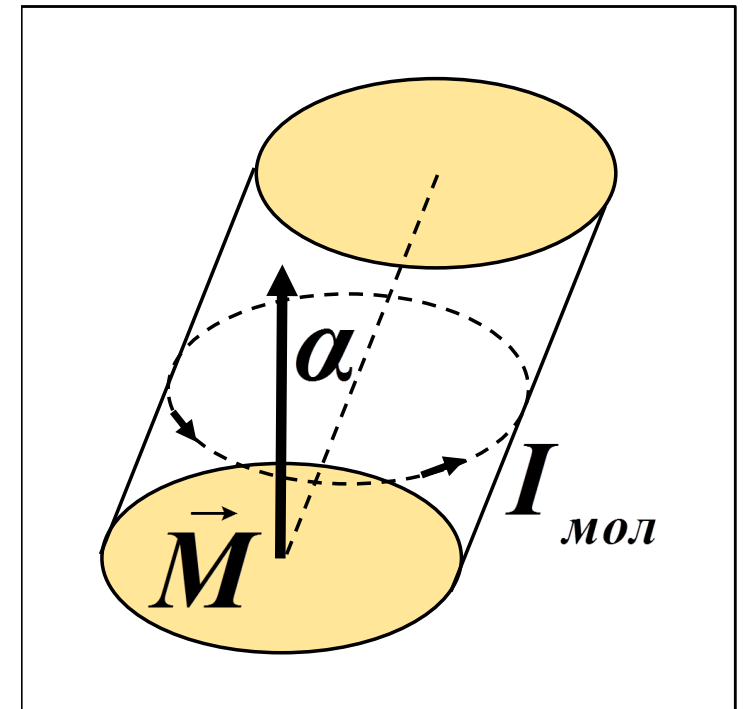
$$\vec{m} = \frac{I_{\text{мол}}}{c} \vec{S} = \vec{M} S l$$

Линейная плотность поверхностного тока

$$i_{\text{мол}} = \frac{I_{\text{мол}}}{l} = cM$$

Если угол между осью цилиндра и вектором намагниченности равен  $\alpha$

$$i_{\text{мол}} = cM \cos \alpha$$



# Молекулярные токи и намагниченность

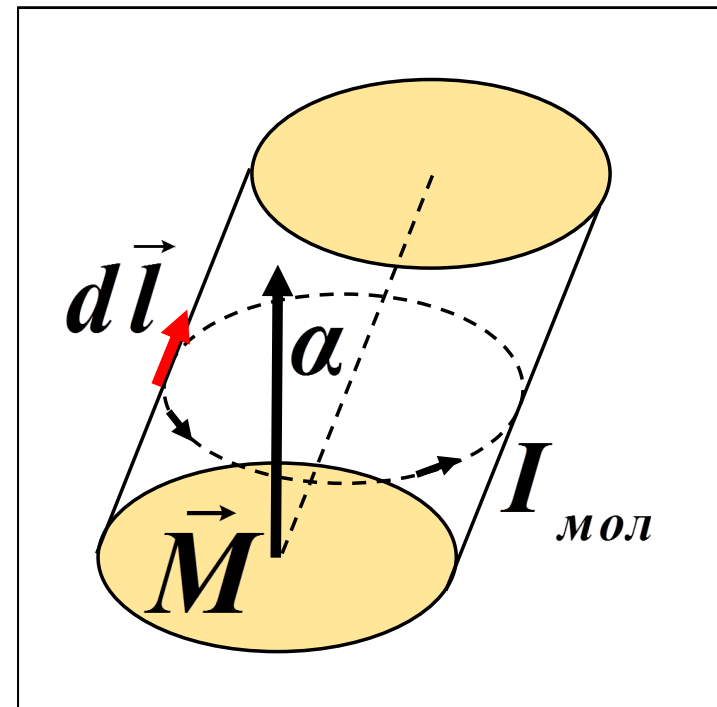
$$i_{\text{мол}} = c \cdot M \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{dI_{\text{мол}}}{dl} = c \cdot M \cdot \cos \alpha$$

$$dI_{\text{мол}} = c \cdot M \cdot \cos \alpha \cdot dl = c \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$I_{\text{мол}} = c \cdot \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{j}_{\text{мол}} = c \cdot \text{rot} \vec{M}$$



# Теорема о циркуляции

Магнитное поле в веществе описывается вектором магнитной индукции  $\vec{B}$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} (I_{\text{пров},\Sigma} + I_{\text{мол}}),$$
$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \left( I_{\text{пров},\Sigma} + \oint_L c\vec{M} d\vec{l} \right)$$

Напряжённость магнитного поля и теорема о циркуляции магнитного поля в веществе (в интегральной форме)

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}$$
$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{пров},\Sigma}$$

$\vec{H}$  - вектор напряжённости магнитного поля



# Теорема о циркуляции в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \vec{V} = \frac{4\pi}{c} \left( \vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{мол}} \right)$$

$$\vec{j}_{\text{мол}} = c \cdot \operatorname{rot} \vec{M}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\text{пров}}$$

# Граничные условия для векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$

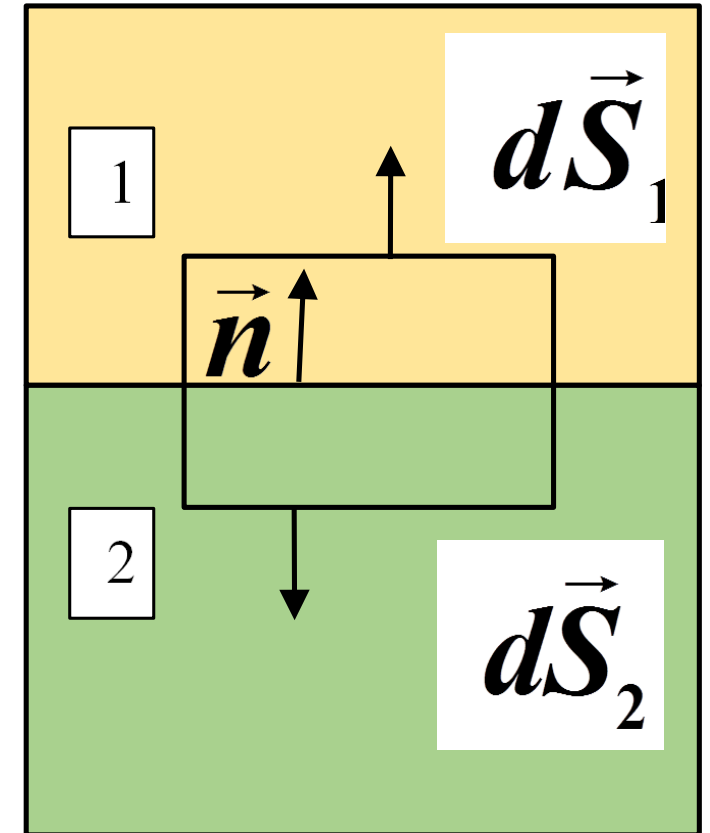
а) Из теоремы Гаусса в интегральной форме

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 d\vec{S}_1 + \vec{B}_2 d\vec{S}_2 = 0$$

$$d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2 = \vec{n} dS$$

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \vec{n} = 0$$

$$B_{1,n} = B_{2,n}$$



# Граничные условия для векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$

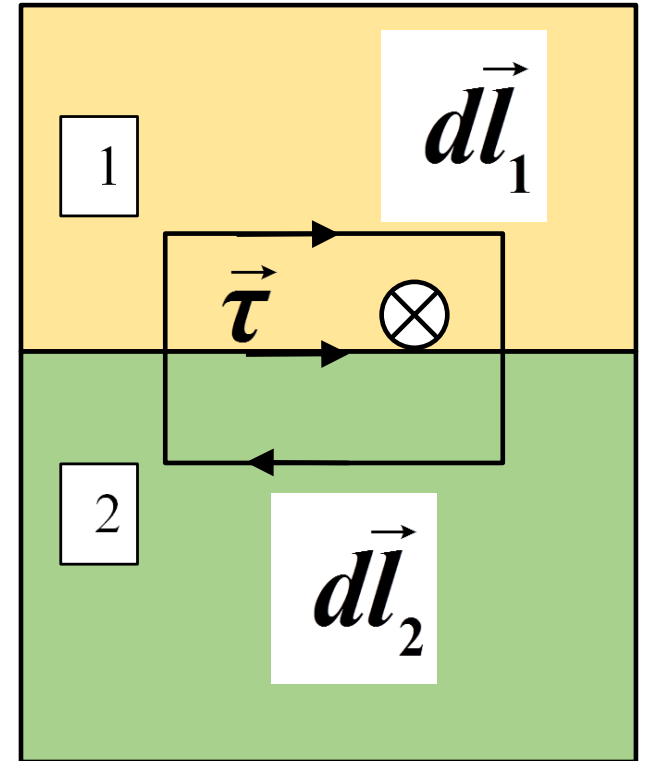
## б) Из теоремы о циркуляции

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{пров}} \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{l}_1 + \vec{H}_2 d\vec{l}_2 = \frac{4\pi}{c} i_N dl$$

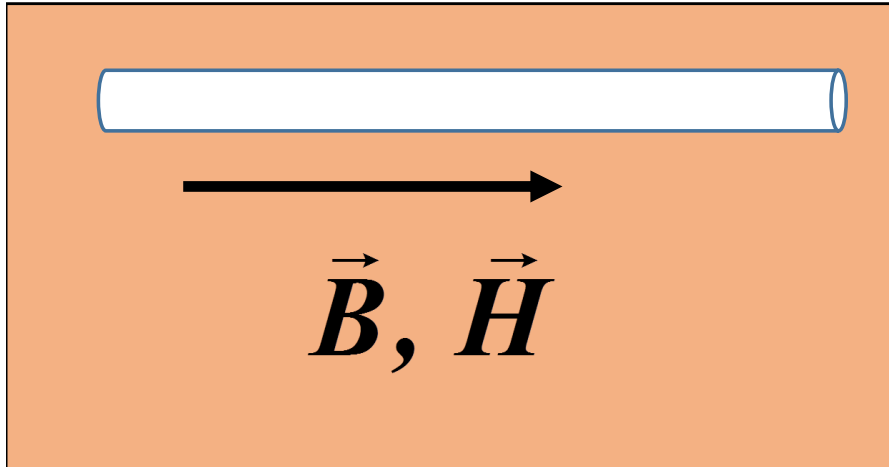
$$d\vec{l}_2 = -d\vec{l}_1, \quad d\vec{l}_1 = \vec{\tau} dl$$

$$\left( \vec{H}_1 - \vec{H}_2 \right) \cdot \vec{\tau} = \frac{4\pi}{c} i_N, \quad \vec{N} = \vec{n} \times \vec{\tau}$$

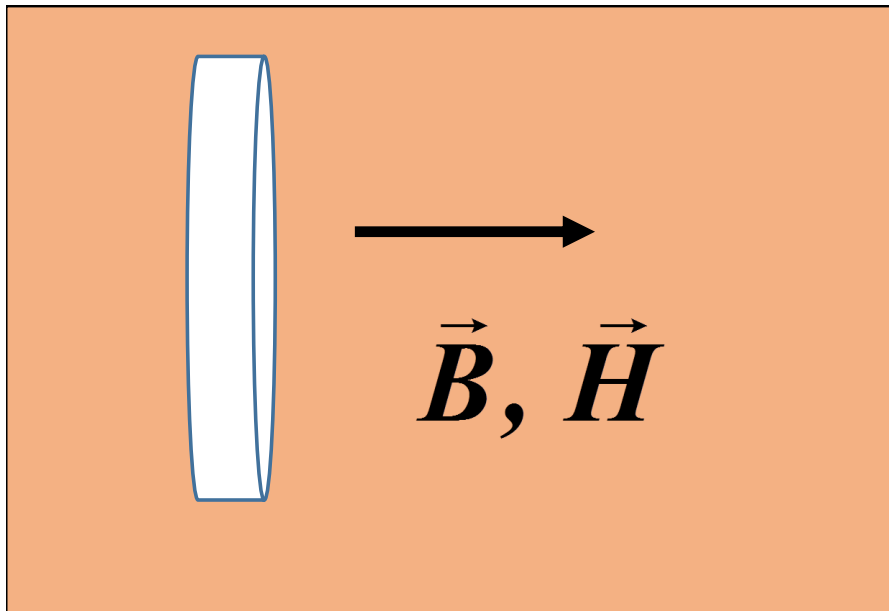
$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{4\pi}{c} i_N$$



# Измерение $\vec{V}$ и $\vec{H}$ в веществе



измерение  $\vec{H}$



измерение  $\vec{V}$

# Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

Для линейных магнитных сред

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

$\chi$  - магнитная восприимчивость

~~$$B = \mu_0 H + 4\pi M = \mu_0 H + 4\pi \chi H = (1 + 4\pi \chi) \mu_0 H$$~~

$\mu = 1 + 4\pi \chi$  - магнитная проницаемость

Для линейных сред

$$\mu = \text{const}$$

**Парамагнетики**  $\chi > 0, \mu > 1, \chi \approx 10^{-7} \div 10^{-5}$   
*Al, Pt, O<sub>2</sub>*, щелочные металлы

Парамагнетизм связан с ориентацией магнитных моментов молекул

В парамагнетиках поле в среде усиливается по сравнению с полем в вакууме.

Во внешнем неоднородном магнитном поле парамагнетики втягиваются в область сильного поля

Диамагнетики  $\chi < 0, \mu < 1, |\chi| \approx 10^{-7} \div 10^{-5}$   
*Bi, Si, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>*

Диамагнетизм связан с возникновением магнитных моментов у молекул (атомов) под действием внешнего поля.

В диамагнетиках поле в среде ослабляется по сравнению с полем в вакууме.

Во внешнем неоднородном магнитном поле диамагнетики выталкиваются из области сильного поля.

# Магнитные свойства пара- и диамагнетиков

Парамагнетики	$(\mu-1), 10^{-6}$	Диамагнетики	$(1-\mu), 10^{-6}$
Азот	0,013	Водород	0,063
Воздух	0,38	Бензол	7,5
Кислород	1,9	Вода	9
Эбонит	14	Медь	10,3
Алюминий	23	Стекло	12,6
Вольфрам	176	Каменная соль	12,6
Платина	360	Кварц	15,1
Жидкий кислород	3400	Висмут	176





**Ферромагнетики** сохраняют намагниченность в  
отсутствии внешнего поля *Fe, Co, Ni*

Ферромагнетизм связан с ориентацией магнитных  
моментов молекул.

При определённых условиях парамагнетики могут  
переходить в ферромагнитное состояние.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков

Железо мягкое	8000	Пермаллой-68	250 000
Кобальт	175	Чугун	600-800
Никель	1100		

# Преломление силовых линий на границе раздела двух магнетиков

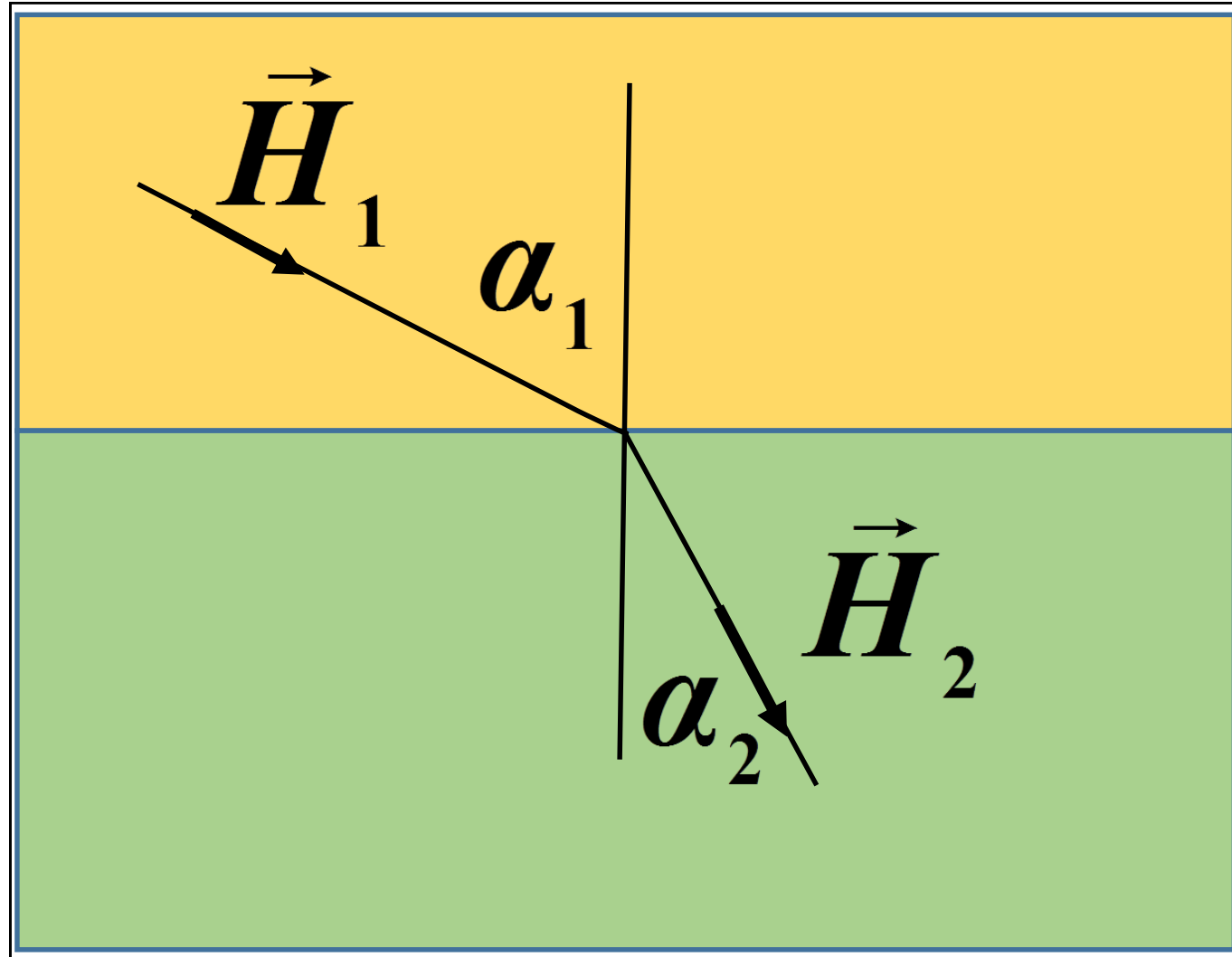
Граничные условия

$$H_1 \cdot \sin \alpha_1 = H_2 \cdot \sin \alpha_2,$$

$$B_1 \cdot \cos \alpha_1 = B_2 \cdot \cos \alpha_2,$$

$$B_1 = \mu_1 H_1, \quad B_2 = \mu_2 H_2,$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\mu_2}$$



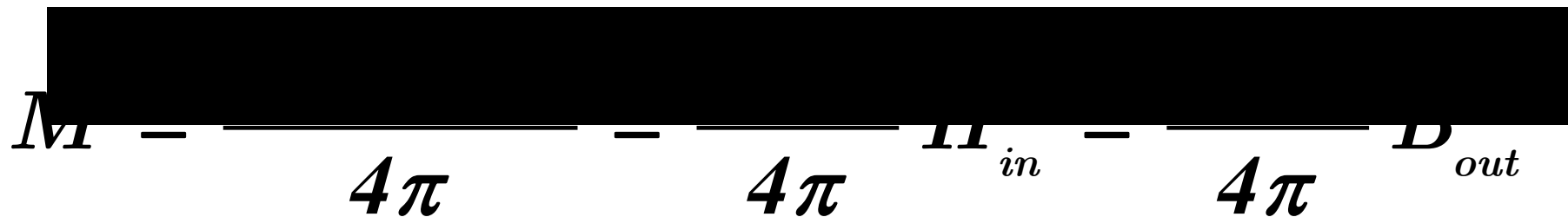
# Намагничивание длинного стержня во внешнем однородном магнитном поле

Из граничных условий (при отсутствии токов проводимости)

$$H_{in} = H_{out}, \quad \vec{H}_{in} = \vec{B}_{out}, \quad \vec{H}_{out} = \vec{B}_{out} \quad (\mu = 1)$$

$$H_{in} = \frac{B_{in}}{\mu}, \quad \vec{B}_{in} = \mu \vec{B}_{out}$$

для намагниченности имеем

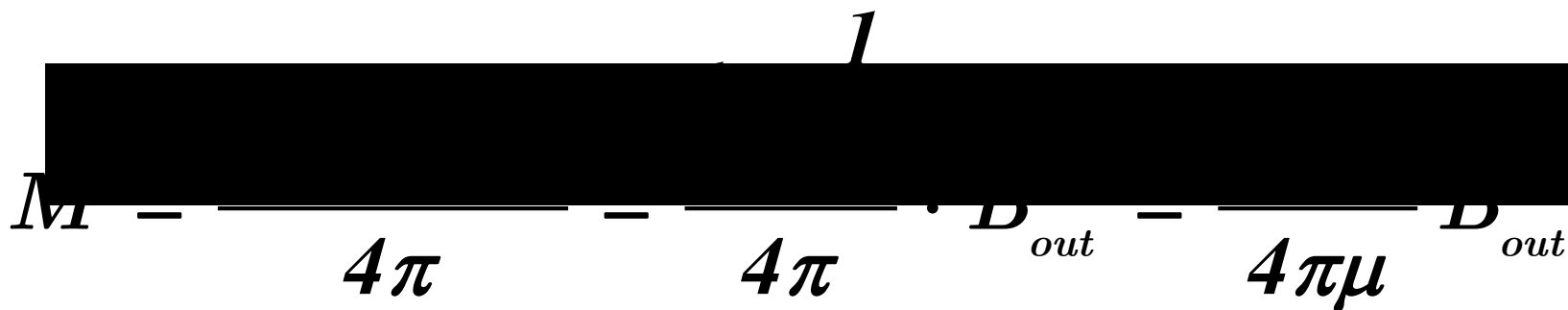

$$M = \frac{1}{4\pi} H_{in} = \frac{1}{4\pi} B_{out}$$

# Намагничивание короткого цилиндра («таблетки») и шара во внешнем однородном магнитном поле

Из граничных условий (при отсутствии токов проводимости)

$$\vec{B}_{in} = \vec{B}_{out}, \quad \vec{H}_{out} = \vec{B}_{out} \quad (\mu = 1), \quad H_{in} = \frac{B_{in}}{\mu}$$

Намагниченность «таблетки»



$$M = \frac{B_{in}}{4\pi} = \frac{B_{out}}{4\pi} \cdot \frac{1}{\mu} = \frac{B_{out}}{4\pi\mu}$$

Намагниченность шара

$$\vec{M} = \frac{3}{4\pi} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} \vec{B}_{out}$$

**Постоянный магнит** – ферромагнитное вещество с постоянной ненулевой намагниченностью.

Цилиндрический магнит с однородной намагниченностью  $\vec{M}$  эквивалентен соленоиду, по поверхности которого текут молекулярные токи с линейной плотностью  $i = cM$

В объёме магнита вдали от торцов

$$B = \frac{4\pi}{c} i = 4\pi M$$

На торцах длинного магнита

$$B_{\text{торец}} = \frac{2\pi}{c} i = 2\pi M$$







# Магнитное поле длинного соленоида с магнитным сердечником (электромагнит)

Из теоремы о циркуляции для напряжённости магнитного поля

$$H = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{IN}{l}$$

Магнитная индукция

$$B = \mu H = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{\mu IN}{l}$$

$\mu$  - магнитная проницаемость материала сердечника

# Сверхпроводники

**Сверхпроводимость** – уменьшение до нуля сопротивления материала при понижении температуры ниже некоторого значения, называемого критической температурой.

Сверхпроводимость разрушается как при повышении температуры, так и при помещении сверхпроводника в сильное магнитное поле.

Сверхпроводники I рода и II рода.

В случае сверхпроводников I рода магнитное поле полностью выталкивается из объёма вещества (эффект Мейснера).

# Диамагнетизм сверхпроводников

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M},$$

$$\vec{B} = 0, \quad \vec{M} = -\frac{1}{4\pi}\vec{H},$$

$$\chi = -\frac{1}{4\pi} < 0$$

На внешней поверхности сверхпроводника  $B_n = 0$ , т.е. магнитное поле может иметь только касательную составляющую к поверхности.

# Сверхпроводящий шар в магнитном поле

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0 + \frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2}{r^5},$$

$$r = R, \quad B_n = 0 \Rightarrow \vec{r}\vec{B}\Big|_{r=R} = 0$$

$$\left( \vec{r}\vec{B}_0 + \frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2}{r^5} \right)_{r=R} = 0$$

$$B_0 \cdot \cos \theta + \frac{2m}{R^3} \cdot \cos \theta = 0$$

**Магнитный момент шара**

$$\vec{m} = -\frac{R^3}{2} \vec{B}_0$$