

Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич



Содержание лекции №12

1. Перемещение витка с током в магнитном поле.
2. Электромагнитная индукция в неподвижных проводниках. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.
3. Электромагнитная индукция в движущихся проводниках. Вихревое электрическое поле.
4. Ускоритель электронов бетатрон.
5. Индуктивность. Индуктивность соленоида и тонкой тороидальной катушки.
6. Взаимная индукция двух катушек на общем сердечнике. Теорема взаимности.
7. Установление тока в цепях, содержащих индуктивность.

Перемещение витка с током в постоянном магнитном поле

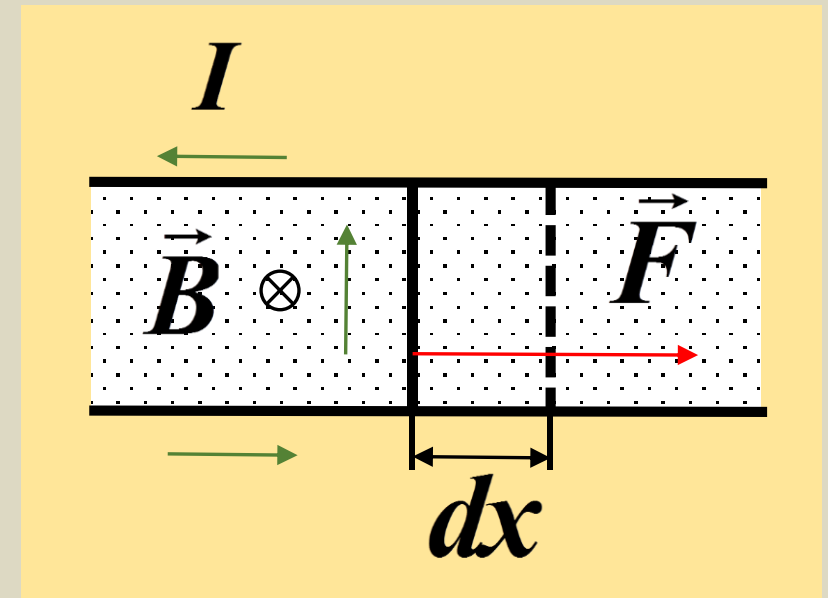
$$F = F_A = \frac{1}{c} IBl$$

$$dA = F_A dx = \frac{1}{c} IBl dx = \frac{I}{c} \cdot d(BS)$$

$$d(BS) = d\Phi$$

$$dA = \frac{I}{c} d\Phi$$

$$A_{1-2} = \frac{I}{c} \cdot (\Phi_2 - \Phi_1), \quad I = \text{const}$$



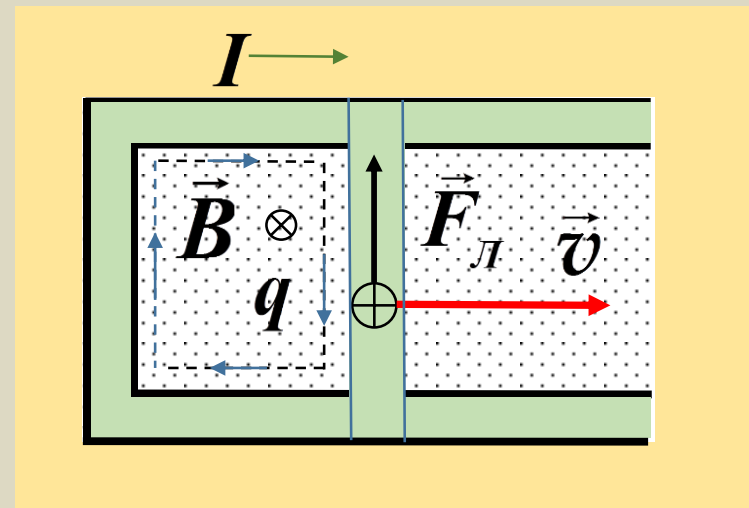
Перемещение витка с током в постоянном магнитном поле

$$\vec{F}_L = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{E}_{\text{стор}} = \frac{\vec{F}_L}{q} = \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \oint \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l} = -E_{\text{стор}} l = -\frac{Bvl}{c}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$



Закон электромагнитной индукции

При движении замкнутого проводящего контура в магнитном поле в нем возникает электродвижущая сила $\mathcal{E}_{\text{инд}}$, пропорциональная скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур.

Появление ЭДС индукции вызывает появление *индукционного тока* в замкнутом проводящем контуре.

Правило Ленца: *индукционный ток всегда имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток – магнитное поле индукционного тока препятствует изменению магнитного потока через контур.*

Неподвижный виток в переменном магнитном поле

$$\Phi = \oint \vec{B}(t) d\vec{S} = \Phi(t) \neq \text{const}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{инд}} \neq 0$$

В трактовке Максвелла такой вариант электромагнитной индукции состоит в том, что *переменное магнитное поле возбуждает* в пространстве *электрическое поле* (вихревое электрическое поле). Если в этой области пространства имеется замкнутый проводник, то это поле может вызвать появление в нём индукционного тока.

Вихревое электрическое поле

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \oint \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\oint \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l} = \oint \text{rot} \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{S}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int \vec{B} d\vec{S} \right) = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\text{rot} \vec{E}_{\text{вихр}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Вихревое электрическое поле — не потенциальное (соленоидальное).

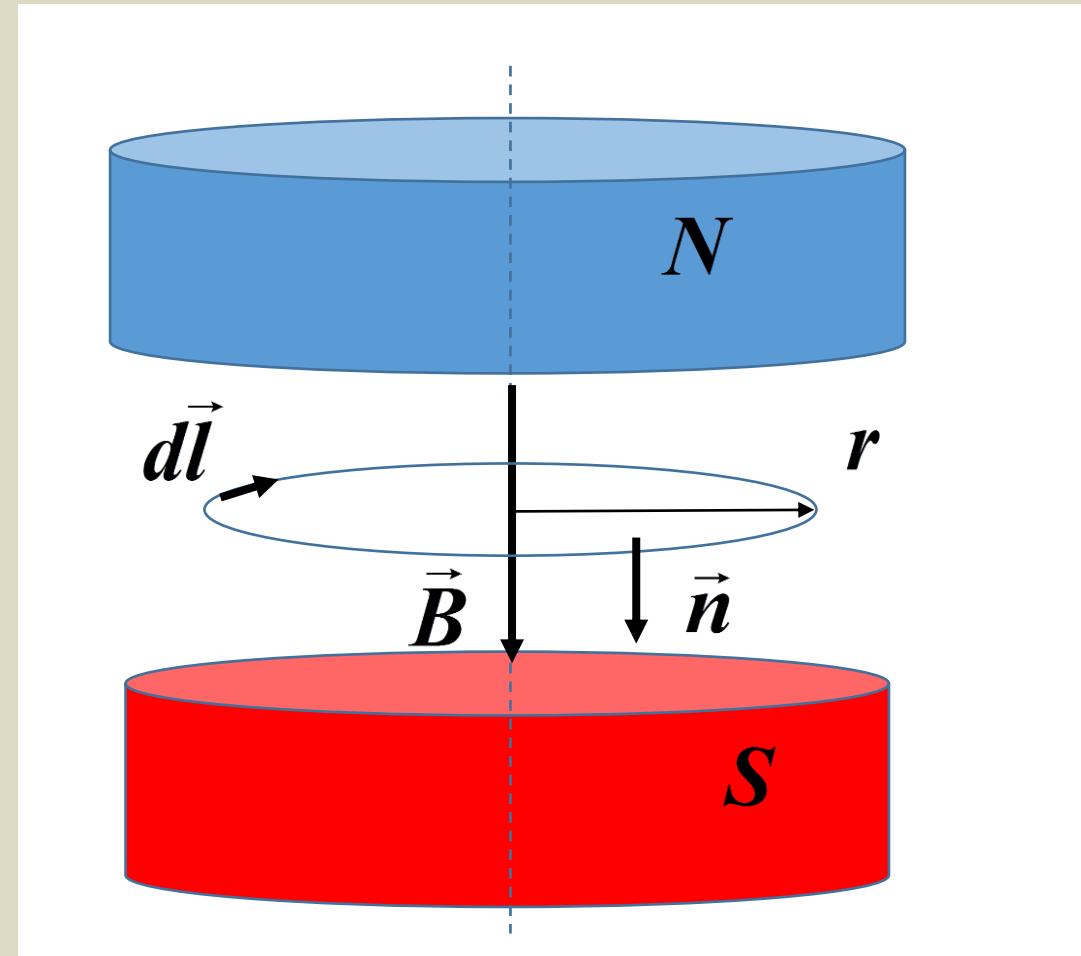
Вихревое электрическое поле для переменного магнитного поля с осевой симметрией

$$\Phi = B(t) \pi r^2$$

$$\oint \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l} = 2\pi r \cdot E(r)$$

$$2\pi r \cdot E_l(r) = -\frac{1}{c} \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E_l(r) = -\frac{r}{2c} \frac{dB}{dt}$$



Закон сохранения магнитного потока

Магнитный поток через контур витка складывается из магнитного потока внешнего поля $\Phi_{\text{внеш}}$ и магнитного потока, создаваемого магнитным полем индукционного тока $\Phi_{\text{соб}}$

$$\Phi = \Phi_{\text{внеш}} + \Phi_{\text{соб}}$$

При возникновении ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре, обладающим сопротивлением R , сила возникшего тока определяется из закона Ома

$$I \cdot R = -\frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

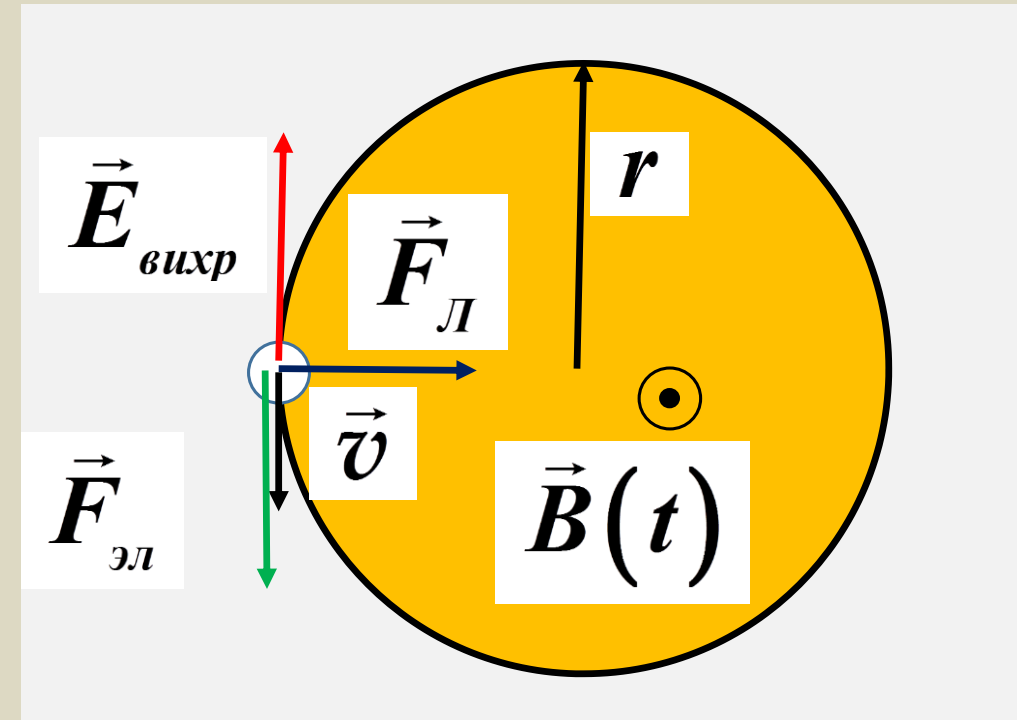
При $R \rightarrow 0$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0, \quad \Phi = \Phi_{\text{внеш}} + \Phi_{\text{соб}} = \text{const}$$

т.е. магнитный поток через контур с нулевым сопротивлением сохраняется.

Бетатрон

Бетатрон – прибор, ускоряющий электроны до больших энергий. Его работа основана на движении электронов в вихревом электрическом поле, созданном переменным магнитным полем. Для успешной работы требуется стабильность электронной орбиты, что достигается определённым режимом изменения магнитного поля во времени и в пространстве.



$$m_e \vec{a} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_L$$

Бетатрон

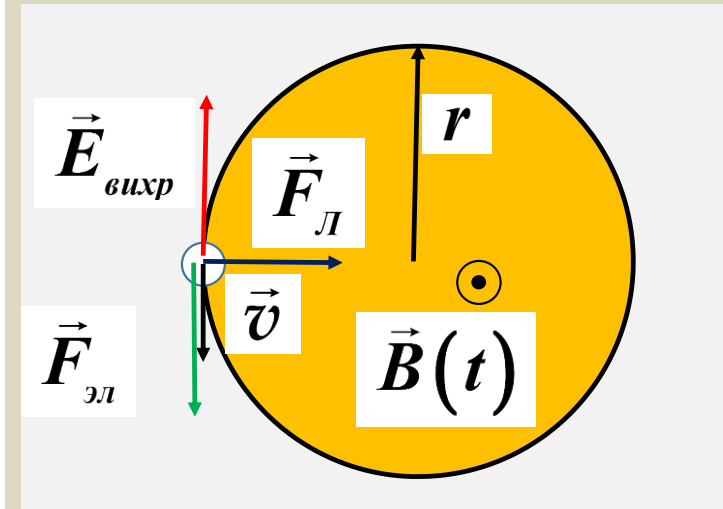
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad a_n = \frac{v^2}{r}, \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{F}_{эл} = (-e) \vec{E}_{вихр}, \quad E_{вихр} = \frac{1}{2\pi r c} \cdot \dot{B}_{cp} \cdot \pi r^2 = \frac{r}{2c} \dot{B}_{cp}$$

$$\vec{F}_Л = \frac{(-e)}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0, \quad m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e}{c} v B_0,$$

$$m_e \frac{dv}{dt} = e \frac{r}{2c} \dot{B}_{cp} \Rightarrow m_e v = e \frac{r}{2c} B_{cp}$$

$$2B_0 = B_{cp}$$



ИНДУКТИВНОСТЬ

Текущий по замкнутому витку ток I создаёт магнитное поле \vec{B} ($B \sim I$). Магнитный поток этого поля через поверхность S , опирающуюся на контур, определяется выражением

$$\Phi_{\text{соб}} = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \frac{1}{c} LI$$

L - коэффициент самоиндукции или индуктивность.

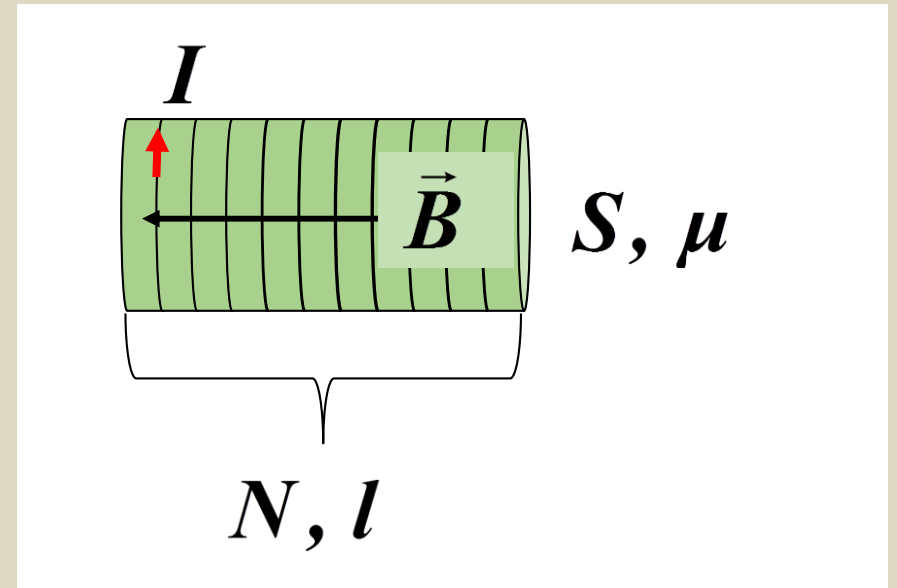
Индуктивность длинного соленоида

$$B = \mu H = \frac{4\pi\mu}{c} \cdot \frac{NI}{l}$$

$$\Phi_1 = BS = \frac{4\pi\mu}{c} \cdot \frac{NS}{l} I$$

$$\Phi_{\text{собр}} = N\Phi_1 = \frac{4\pi\mu}{c} \cdot \frac{N^2 S}{l} I = \frac{1}{c} LI$$

$$L = \frac{4\pi\mu N^2 S}{l}$$



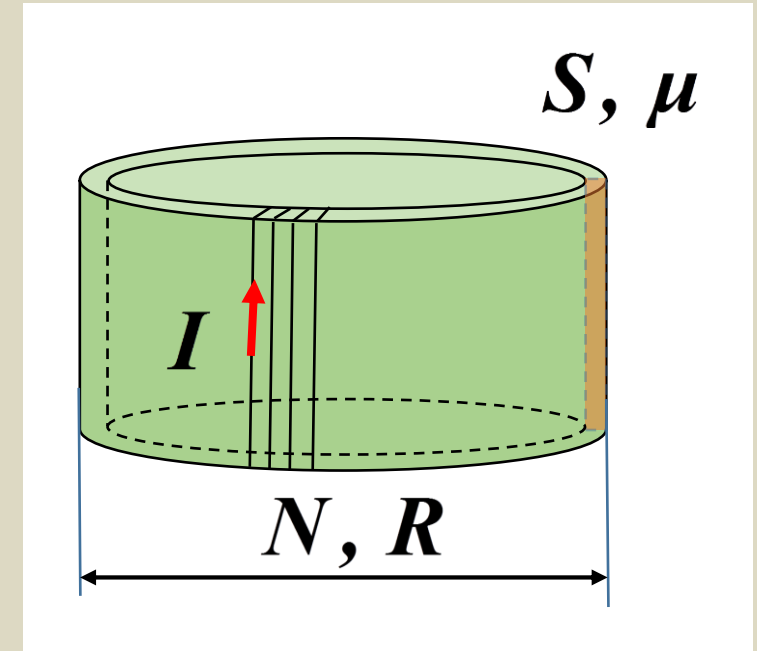
Индуктивность тонкой тороидальной катушки

$$B = \mu H = \mu \cdot \frac{2NI}{cR}$$

$$\Phi_1 = BS = \frac{1}{c} \cdot \frac{2\mu NS}{R} I$$

$$\Phi_{\text{собр}} = N\Phi_1 = \frac{1}{c} \cdot \frac{2\mu N^2 S}{R} I = \frac{1}{c} LI$$

$$L = \frac{2\mu N^2 S}{R}$$

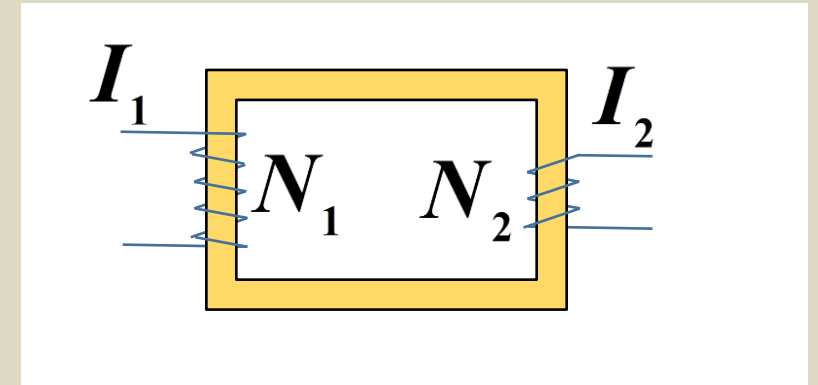


Взаимная индуктивность двух катушек и теорема ВЗАИМНОСТИ

$$B_1 = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{N_1 I_1}{l}$$

$$\Phi_1 = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{N_1 I_1}{l} S$$

$$\Phi_{21} = N_2 \Phi_1 = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{N_1 N_2 I_1}{l} S = \frac{1}{c} L_{21} I_1$$



пренебрегается
рассеянием магнитного
потока и зависимостью

$$L_{21} = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{N_1 N_2}{l} S, \quad L_{12} = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{N_1 N_2}{l} S$$

$$L_{21} = L_{12}$$

$\mu(H)$