

Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич



Содержание лекции №11

1. Магнитное поле в веществе. Токи проводимости и молекулярные токи.
2. Магнитная индукция и напряжённость магнитного поля.
3. Теорема о циркуляции для магнитного поля в веществе.
4. Граничные условия для магнитного поля.
5. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Пара-, диа- и ферромагнетики. Преломление силовых линий.
6. Магнитное поле соленоида с магнитным сердечником. Намагничивание стержня в магнитном поле.
7. Сверхпроводящий шар в магнитном поле.

Магнитное поле в веществе

Магнитное поле в веществе создаётся внешним полем и циркулирующими в этом веществе токами, которые можно разделить на две группы: *токи проводимости* и *молекулярные токи*.

Токи проводимости связаны с перемещением свободных зарядов.

Молекулярные токи обусловлены орбитальным движением и спином электронов в атомах (и молекулах), спином ядер вещества.

Молекулярные токи связаны с магнитными моментами отдельных частиц вещества (электронов, ядер, атомов).

В размагниченном состоянии магнитные моменты отдельных частиц либо равны нулю, либо ориентированы хаотично.

Намагничивание и магнетики

При наложении внешнего магнитного поля магнитные моменты частиц полностью или частично ориентируются в направлении этого поля – вещество намагничивается.

Вещества способные намагничиваться называются магнетиками.

Сильными магнитными свойствами обладают ферромагнетики (железо, никель, кобальт, элементы редких земель).

Слабыми магнитными свойствами обладают парамагнетики и диамагнетики.

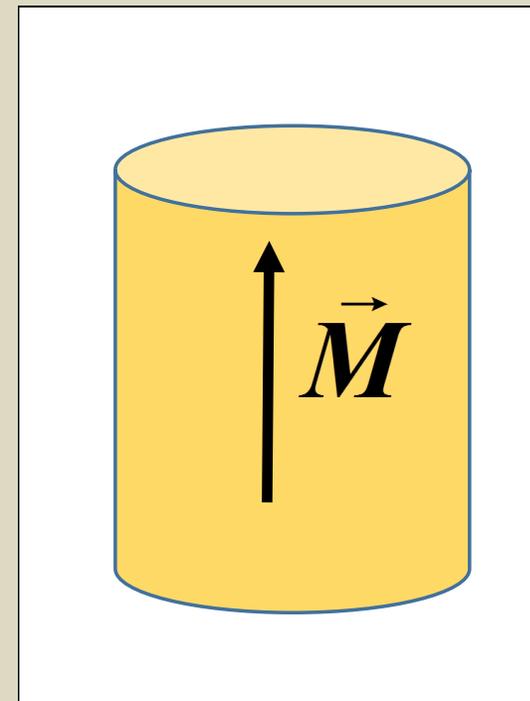
Молекулярные токи и намагниченность

Для описания магнитных свойств вещества и вычисления поля в веществе вводятся **токи намагничивания** («сглаженные» молекулярные токи).

Намагниченность среды характеризуют **вектором намагниченности** \vec{M} – магнитным моментом единицы объёма магнетика.

Магнитный момент \vec{m} однородно намагниченного цилиндра объёмом V

$$\vec{m} = \vec{M} \cdot V = \vec{M} \cdot S \cdot l$$



Молекулярные токи и намагниченность

Магнитный момент цилиндра, по поверхности которого течёт **поверхностный ток** $I_{\text{мол}}$

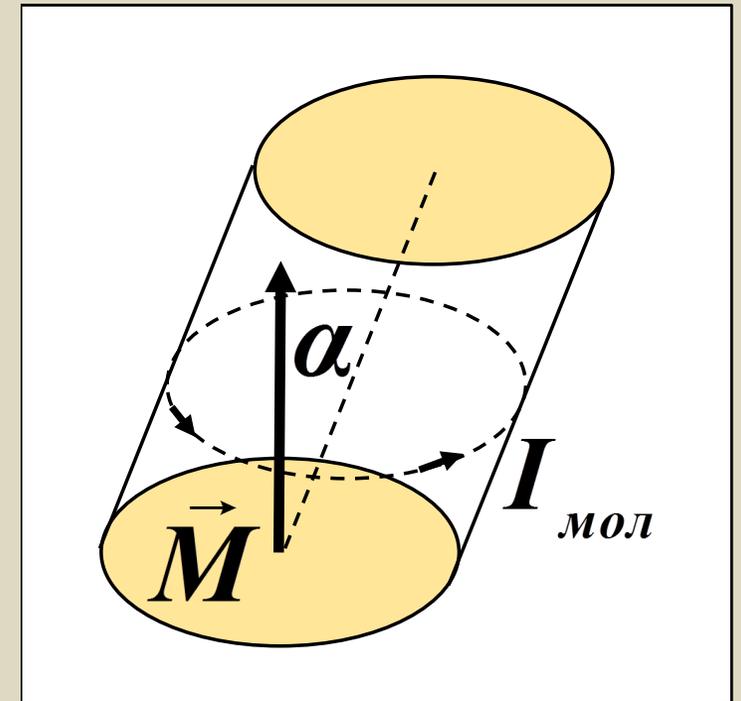
$$\vec{m} = \frac{I_{\text{мол}}}{c} \vec{S} = \vec{M} \cdot S \cdot l$$

Линейная плотность поверхностного тока

$$i_{\text{мол}} = \frac{I_{\text{мол}}}{l} = c \cdot M$$

Если угол между осью цилиндра и вектором намагниченности равен α

$$i_{\text{мол}} = c \cdot M \cdot \cos \alpha$$



Молекулярные токи и намагниченность

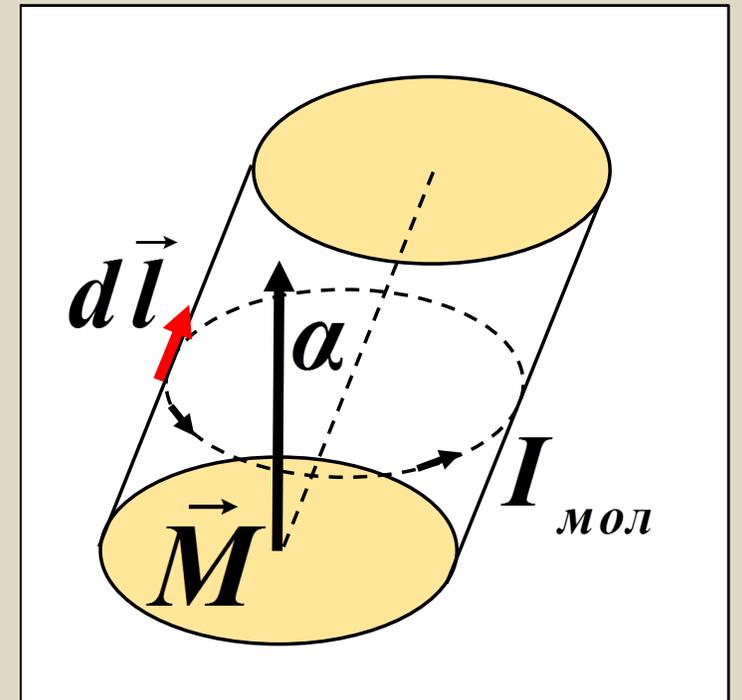
$$i_{\text{мол}} = c \cdot M \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{dI_{\text{мол}}}{dl} = c \cdot M \cdot \cos \alpha$$

$$dI_{\text{мол}} = c \cdot M \cdot \cos \alpha \cdot dl = c \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$I_{\text{мол}} = c \cdot \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{j}_{\text{мол}} = c \cdot \text{rot} \vec{M}$$



Теорема о циркуляции

Магнитное поле в веществе описывается вектором магнитной индукции \vec{B}

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} (I_{\text{пров},\Sigma} + I_{\text{мол}}),$$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \left(I_{\text{пров},\Sigma} + \oint_L c \vec{M} d\vec{l} \right)$$

Напряжённость магнитного поля и теорема о циркуляции магнитного поля в веществе (в интегральной форме)

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{пров},\Sigma}$$

\vec{H}

- вектор напряжённости магнитного поля

Теорема о циркуляции в дифференциальной форме

$$\mathit{rot}\vec{B} = \frac{4\pi}{c} \left(\vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{мол}} \right)$$

$$\vec{j}_{\text{мол}} = c \cdot \mathit{rot}\vec{M}$$

$$\mathit{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\text{пров}}$$

Граничные условия для векторов \vec{B} и \vec{H}

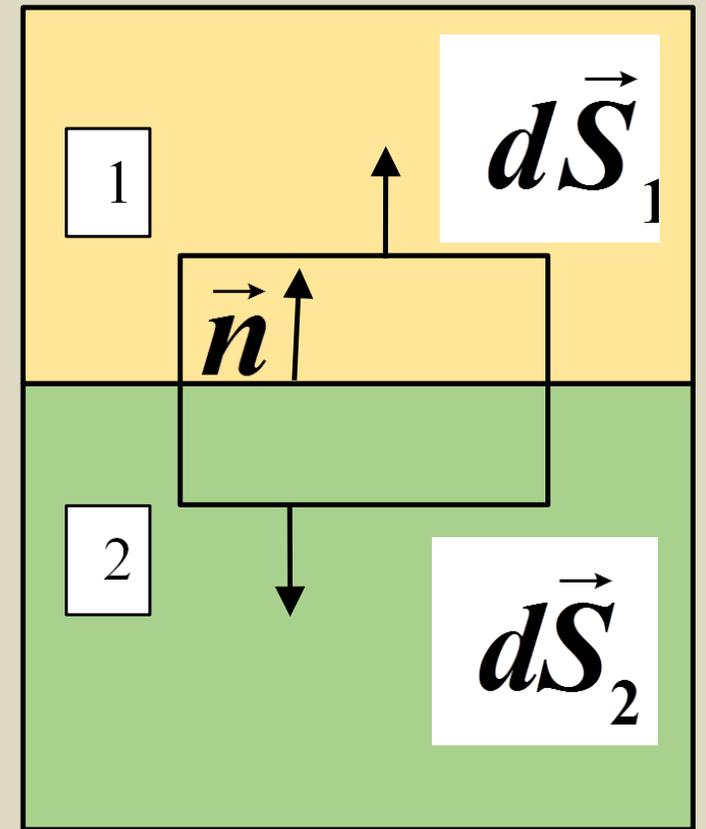
а) Из теоремы Гаусса в интегральной форме

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 d\vec{S}_1 + \vec{B}_2 d\vec{S}_2 = 0$$

$$d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2 = \vec{n} dS$$

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \vec{n} = 0$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$



Граничные условия для векторов \vec{B} и \vec{H}

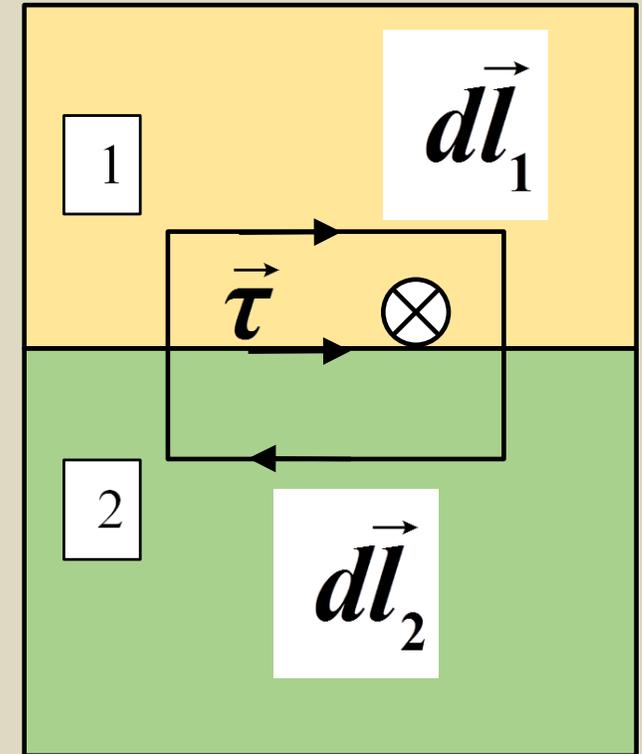
б) Из теоремы о циркуляции

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{пров}} \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{l}_1 + \vec{H}_2 d\vec{l}_2 = \frac{4\pi}{c} i_N dl$$

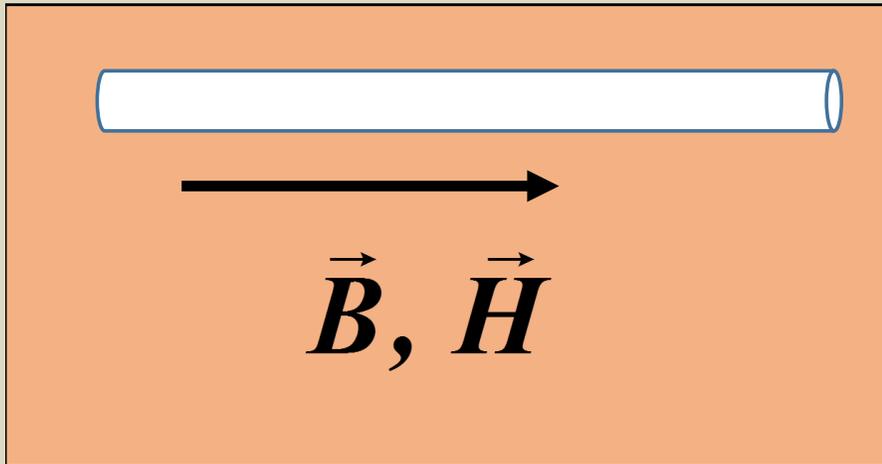
$$d\vec{l}_2 = -d\vec{l}_1, \quad d\vec{l}_1 = \vec{\tau} dl$$

$$\left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2 \right) \cdot \vec{\tau} = i_N, \quad \vec{N} = \vec{n} \times \vec{\tau}$$

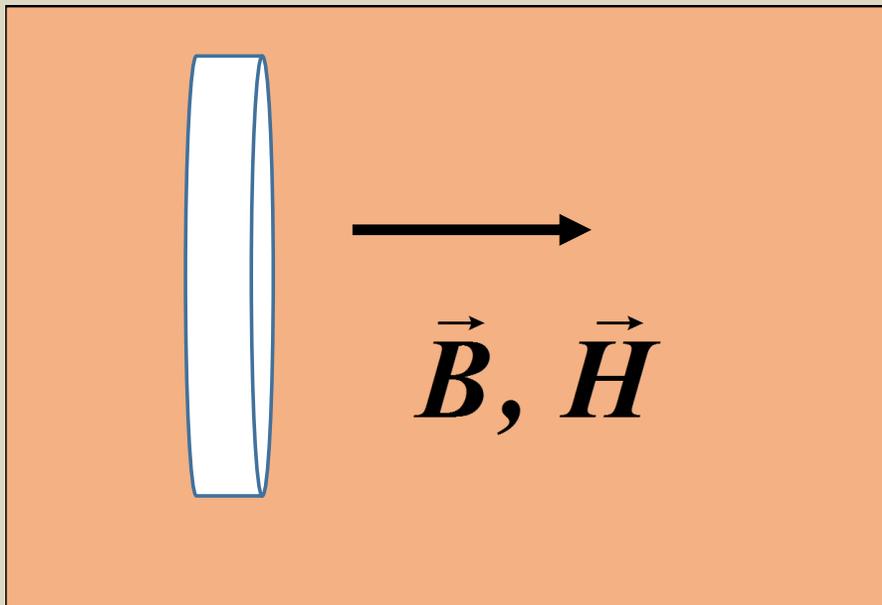
$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{4\pi}{c} i_N$$



Измерение \vec{B} и \vec{H} в веществе



измерение \vec{H}



измерение \vec{B}

Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

Для линейных магнитных сред

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

χ - магнитная восприимчивость

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} = \vec{H} + 4\pi\chi\vec{H} = (1 + 4\pi\chi) \vec{H}$$

$\mu = 1 + 4\pi\chi$ - магнитная проницаемость

Для линейных сред

$$\mu = \text{const}$$

Парамагнетики

$$\chi > 0, \mu > 1, \chi \approx 10^{-7} \div 10^{-5}$$

Al, Pt, O₂, щелочные металлы

Парамагнетизм связан с ориентацией магнитных моментов молекул

В парамагнетиках поле в среде усиливается по сравнению с полем в вакууме.

Во внешнем неоднородном магнитном поле парамагнетики втягиваются в область сильного поля

Диамagnetики

$$\chi < 0, \quad \mu < 1, \quad |\chi| \approx 10^{-7} \div 10^{-5}$$

Bi, Si, H₂O, H₂

Диамagnetизм связан с возникновением магнитных моментов у молекул (атомов) под действием внешнего поля

В диамagnetиках поле в среде ослабляется по сравнению с полем в вакууме.

Во внешнем неоднородном магнитном поле парамагнетики выталкиваются из области сильного поля

Магнитные свойства пара- и диамагнетиков

Парамагнетики	$(\mu-1), 10^{-6}$	Диамагнетики	$(1-\mu), 10^{-6}$
Азот	0,013	Водород	0,063
Воздух	0,38	Бензол	7,5
Кислород	1,9	Вода	9
Эбонит	14	Медь	10,3
Алюминий	23	Стекло	12,6
Вольфрам	176	Каменная соль	12,6
Платина	360	Кварц	15,1
Жидкий кислород	3400	Висмут	176

Ферромагнетики сохраняют намагниченность в
отсутствие внешнего поля

Fe, Co, Ni

Ферромагнетизм связан с ориентацией магнитных моментов молекул.

При определённых условиях парамагнетики могут переходить в ферромагнитное состояние.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков

Железо мягкое	8000	Пермаллой-68	250 000
Кобальт	175	Чугун	600-800
Никель	1100		

Преломление силовых линий на границе раздела двух магнетиков

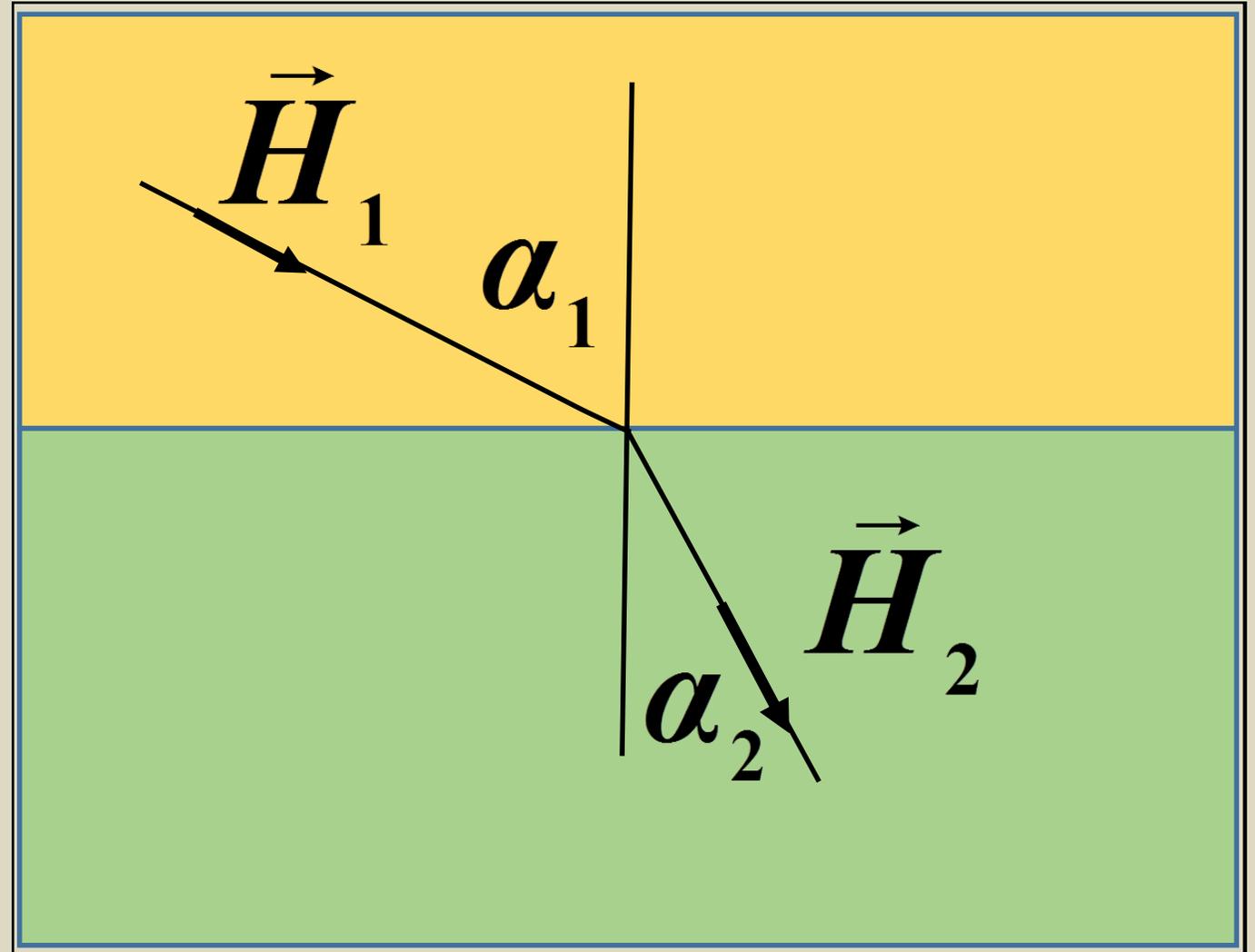
Граничные условия

$$H_1 \cdot \sin \alpha_1 = H_2 \cdot \sin \alpha_2,$$

$$B_1 \cdot \cos \alpha_1 = B_2 \cdot \cos \alpha_2,$$

$$B_1 = \mu_1 H_1, \quad B_2 = \mu_2 H_2,$$

$$\frac{\operatorname{tga}_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tga}_2}{\mu_2}$$



Намагничивание длинного стержня во внешнем однородном магнитном поле

Из граничных условий (при отсутствии токов проводимости)

$$H_{in} = H_{out}, \quad \vec{H}_{in} = \vec{B}_{out}, \quad \vec{H}_{out} = \vec{B}_{out} \quad (\mu = 1)$$

$$H_{in} = \frac{B_{in}}{\mu}, \quad \vec{B}_{in} = \mu \vec{B}_{out}$$

для намагниченности имеем

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}_{in} - \vec{H}_{in}}{4\pi} = \frac{\mu - 1}{4\pi} \vec{H}_{in} = \frac{\mu - 1}{4\pi} \vec{B}_{out}$$

Намагничивание короткого цилиндра («таблетки») и шара во внешнем однородном магнитном поле

Из граничных условий (при отсутствии токов проводимости)

$$\vec{B}_{in} = \vec{B}_{out}, \quad \vec{H}_{out} = \vec{B}_{out} \quad (\mu = 1), \quad H_{in} = \frac{B_{in}}{\mu}$$

Намагниченность
«таблетки»

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}_{in} - \vec{H}_{in}}{4\pi} = \frac{1 - \frac{1}{\mu}}{4\pi} \cdot \vec{B}_{out} = \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \vec{B}_{out}$$

Намагниченность шара

$$\vec{M} = \frac{3}{4\pi} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} \vec{B}_{out}$$

Постоянный магнит – ферромагнитное вещество с постоянной ненулевой намагниченностью.

Цилиндрический магнит с однородной намагниченностью \vec{M} эквивалентен соленоиду, по поверхности которого текут молекулярные токи с линейной плотностью

$$i = cM$$

В объёме магнита вдали от торцов

$$B = \frac{4\pi}{c} i = 4\pi M$$

На торцах длинного магнита

$$B_{\text{торец}} = \frac{2\pi}{c} i = 2\pi M$$

Магнитное поле длинного соленоида с магнитным сердечником (электромагнит)

Из теоремы о циркуляции для напряжённости магнитного поля

$$H = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{NI}{l}$$

Магнитная индукция

$$B = \mu H = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{\mu NI}{l}$$

μ - магнитная проницаемость материала сердечника

Сверхпроводники.

Сверхпроводимость – уменьшение до нуля сопротивления материала при понижении температуры ниже некоторого значения, называемого критической температурой.

Сверхпроводимость разрушается как при повышении температуры, так и при помещении сверхпроводника в сильное магнитное поле.

Сверхпроводники I рода и II рода.

В случае сверхпроводников I рода магнитное поле полностью выталкивается из объёма вещества (эффект Мейснера).

Диамагнетизм сверхпроводников

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M},$$
$$\vec{B} = 0, \quad \vec{M} = -\frac{1}{4\pi}\vec{H},$$
$$\chi = -\frac{1}{4\pi} < 0$$

На внешней поверхности сверхпроводника $B_n = 0$, т.е. магнитное поле может иметь только касательную составляющую к поверхности.

Сверхпроводящий шар в магнитном поле

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0 + \frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2}{r^5},$$

$$r = R, \quad B_n = 0 \Rightarrow \vec{r}\vec{B}\Big|_{r=R} = 0$$

$$\left(\vec{r}\vec{B}_0 + \frac{3(\vec{m}\vec{r})r^2 - \vec{m}r^2}{r^5} \right)_{r=R} = 0$$

$$B_0 \cdot \cos \theta + \frac{2m}{R^3} \cdot \cos \theta = 0$$

$$\vec{m} = -\frac{R^3}{2} \vec{B}_0$$