

# **Лекция № 2**

## **Первое начало термодинамики**

**Алексей Викторович  
Гуденко**

10/09/2012

## План лекции

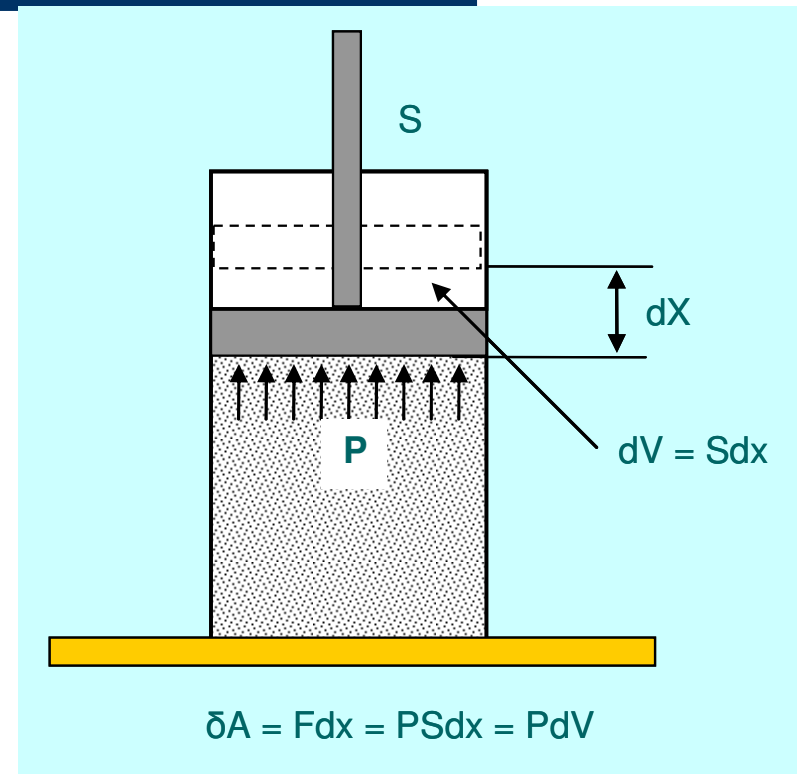
1. Работа, теплота, внутренняя энергия.
2. Первое начало термодинамики.
3. Теплоёмкость в различных процессах. Адиабата. Политропа.
4. Процесс Джоуля-Томсона.
5. Скорость звука в газах. Адиабатическое истечение газа.

## Первое начало термодинамики – закон сохранения энергии

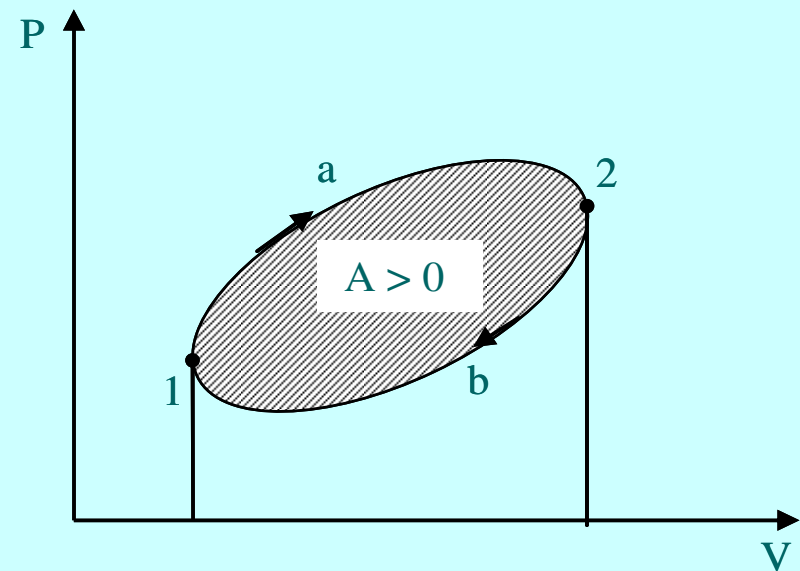
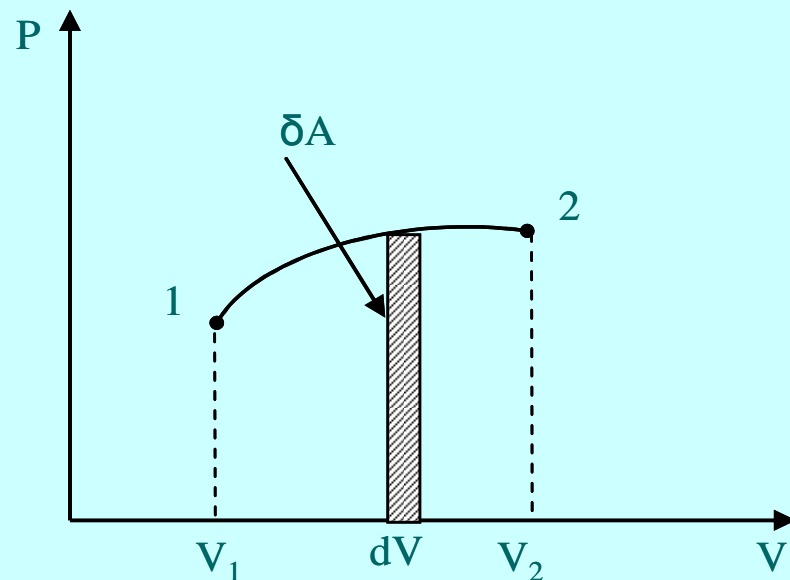
- Количество теплоты  $Q$ , сообщённое системе, идёт на изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_2 - U_1$  системы и на совершение системой работы  $A$ :  
 $Q = \Delta U + A$
- Для элементарного процесса:  
 $\delta Q = dU + \delta A$
- $dU$  – полный дифференциал
- $\delta Q$  и  $\delta A$  – не являются полными дифференциалами

# Работа в квазистатическом процессе

- Элементарная работа в квазистатическом процессе для газов и жидкостей (для твёрдых тел это не так):  
 $\delta A = PdV$   
 $\delta A > 0$  при расширении тела  
 $\delta A < 0$  при сжатии
- $A = \int PdV$  – площадь под кривой  $P(V)$
- Работа *зависит* от пути перехода из состояния 1 в состояние 2



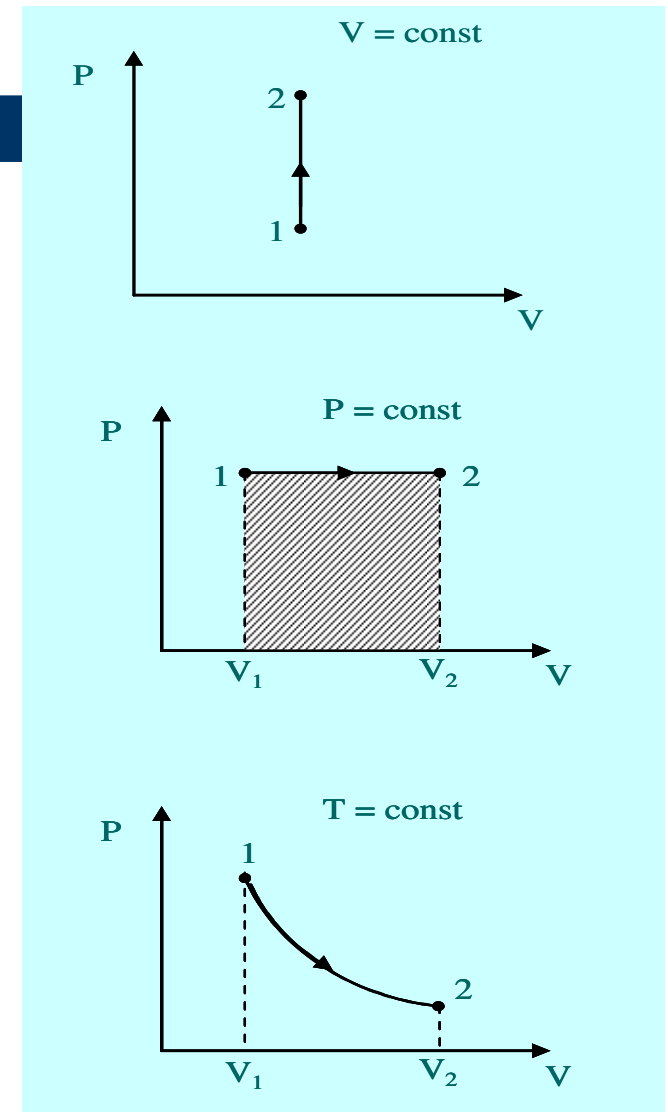
# Работа на графиках $P(V)$



- $A = \int P dV$  – площадь под кривой  $P(V)$ ; *зависит* от пути перехода из состояния 1 в состояние 2
- Работа в цикле = площадь замкнутой фигуры  
 $A > 0$ , если цикл проходится по часовой стрелке  
 $A < 0$ , если цикл проходится против часовой стрелки

# Работа газа при $V = \text{const}$ , $P = \text{const}$ ; $T = \text{const}$

- $V = \text{const}$  (изохора)  
 $A = 0$  – работа не совершается
- $P = \text{const}$  (изобара)  
 $A = \int P dV = P(V_2 - V_1) = P\Delta V = \nu R\Delta T$
- $T = \text{const}$  (изотерма)  
 $A = \int P dV = \int \nu R dV/V = \nu R \ln V_2/V_1$



# Теплота и внутренняя энергия

- Внутренняя энергия  $U$  включает:
  - Кинетическую энергию теплового движения атомов и молекул
  - Потенциальную энергию взаимодействия атомов и молекул
- Внутренняя энергия – функция состояния  $U = U(V, T)$ ;  $\Delta U = U_2 - U_1$   
 $dU = (\partial U / \partial T)_V dT + (\partial U / \partial V)_T dV$  - полный дифференциал
- Теплота  $Q$  – энергия, передаваемая телу от другого тела посредством теплопередачи или излучением.  $Q$  – определяется не состоянием (как  $U$ ), а процессом (как и работа).

# Теплоёмкость, общие соотношения

- Молярная теплоёмкость  $C$  – количество теплоты, которое необходимо подвести к одному молю ( $\nu = 1$ ) вещества для повышения температуры на один Кельвин:

$$C = \delta Q/dT;$$

размерность  $[C] = \text{Дж/моль К}$

- $C$  – зависит от **свойств вещества и от процесса**
- $\delta Q = dU + \delta A \Rightarrow CdT = (\partial U/\partial T)_V dT + (\partial U/\partial V)_V dV + PdV \Rightarrow$

$$C = (\partial U/\partial T)_V + \{(\partial U/\partial V)_V + P\} (\partial V/\partial T)_{\text{process}}$$

- $C_V = (\partial U/\partial T)_V$ , если  $V = \text{const}$
- $C_P = C_V + \{(\partial U/\partial V)_T + P\} (\partial V/\partial T)_P$ , если  $P = \text{const}$
- $C_P - C_V = \{(\partial U/\partial V)_T + P\} (\partial V/\partial T)_P$  – **общее соотношение**

- $C_P > C_V$  - для любого вещества (даже для воды!)  
Это следует из принципа Ле Шателье:  
*всякое воздействие стимулируют процессы, ослабляющие это воздействие.*

- $C_P - C_V = T\alpha^2/\rho\beta$ ,  $\alpha = 1/V(\partial V/\partial T)_P$  – коэффициент объёмного расширения  
 $\beta = -1/V(\partial V/\partial P)_T$  – изотермическая сжимаемость

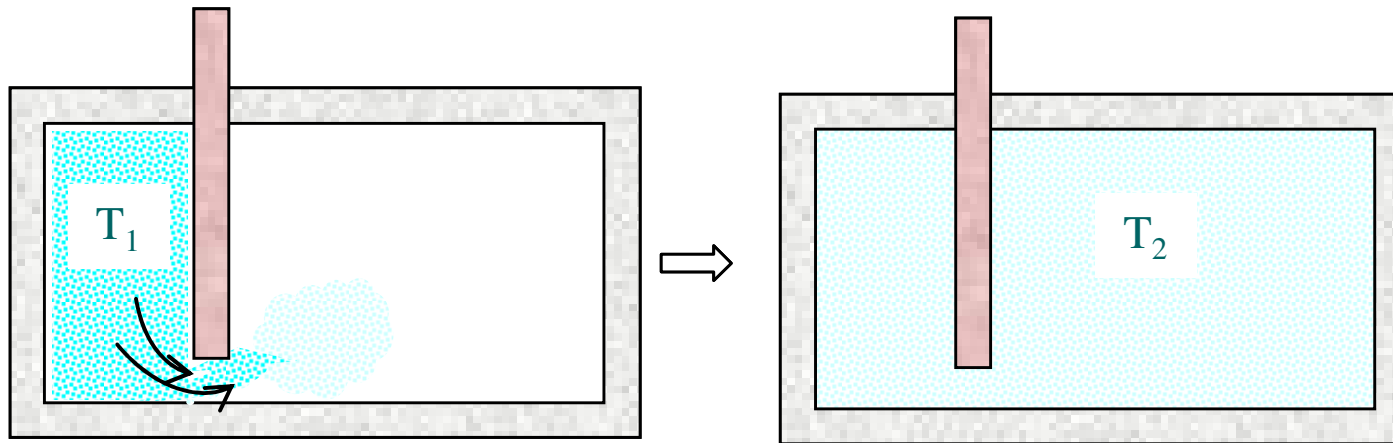
- Для конденсированных тел из-за малости  $\alpha$  тел  $C_P \approx C_V$   
(для железа  $\gamma = C_P/C_V = 1.02$ ).



## Удельные теплоёмкости различных веществ

вещество	Удельная теплоёмкость с, Дж/кг К
алюминий	902
железо	460
углерод (алмаз)	519
вода	4180

# Опыт Гей-Люссака: расширение газа в пустоту



$$T_1 = T_2$$

- Температура идеального газа (ИГ) при расширении в пустоту не изменяется!  $\Rightarrow$  внутренняя энергия ИГ не зависит от объёма:

$$U = U(T) \Rightarrow (\partial U / \partial V)_T = 0$$

# Теплоёмкость идеального газа

- Для ИГ  $(\partial U/\partial V)_T = 0 \Rightarrow$
- $C = (\partial U/\partial T)_V + P(\partial V/\partial T)_{\text{process}} = C_V + P(\partial V/\partial T)_{\text{process}}$
- $C_p - C_V = P(\partial V/\partial T)_p = R$
- $C_p - C_V = R$  – соотношение Майера
- $\gamma = C_p/C_V = 1 + R/C_V$
- $C_V = R/(1 - \gamma)$   
 $C_p = \gamma R/(1 - \gamma)$
- Если  $C_V = \text{const} \Rightarrow U = C_V T$
- Одноатомный газ  $C_V = 3/2 R$ ;  $C_p = C_V + R = 5/2 R$ ;  
 $\gamma = C_p/C_V = 5/3 \approx 1,67$

# Теплоёмкость многоатомного газа. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы

- Теорема: на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная  $\varepsilon_i = \frac{1}{2} kT$ .
- Число степеней свободы – число независимых координат, определяющих положение молекулы.
- Одноатомная молекула:  
 $i = 3$  - только поступательные степени свободы
- Двухатомная жёсткая молекула (гантель):  
 $i = 5$  – три поступательных + две вращательных степени свободы
- Трёх- и более атомная (жёсткая, нелинейная):  
 $i = 6$  – три поступательных + три вращательных степени свободы

## Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы. Энергия идеального газа

- На колебательную степень свободы приходится энергия:

$$\varepsilon_{\text{кол}} = \varepsilon_{\text{кин}} + \varepsilon_{\text{пот}} = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT$$

- Полная энергия молекулы:

$$\varepsilon = i kT / 2$$

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращат}} + 2i_{\text{колеб}}$$

- Энергия 1 моля:

$$U_{\mu} = iRT/2; \text{ для } \nu \text{ молей } U = i\nu RT/2 = iPV/2$$

- Пример:

$$\text{двухатомная упругая молекула: } i = 3_{\text{пост}} + 2_{\text{вращат}} + 2 \times 1_{\text{колеб}} = 7 \Rightarrow \text{энергия моля } U = 7RT/2$$

# Теплоёмкости газов

молекула	$i$	$C_v$	$C_p$	$\gamma = C_p / C_v$	U энергия
Одноатомная He, Ne, Ar	3	$3R/2$	$5R/2$	$5/3 = 1,67$	$3RT/2$
Двухатомная $H_2$ , $N_2$ , $O_2$	5	$5R/2$	$7R/2$	$7/5 = 1,4$	$5RT/2$
многоатомная $H_2O$ , $NH_3$	6	$3R$	$4R$	$4/3 = 1,33$	$3RT$

## Адиабатический процесс. Уравнение адиабаты

- Адиабатическим называется квазистатический процесс, происходящий в теплоизолированной системе ( $\delta Q = 0$ ):

$$dU + PdV = 0 \Rightarrow C_V dT + RTdV/V = 0 \Rightarrow C_V dT/T + R dV/V = 0 \Rightarrow TV^{R/C_V} = \text{const} \Rightarrow$$

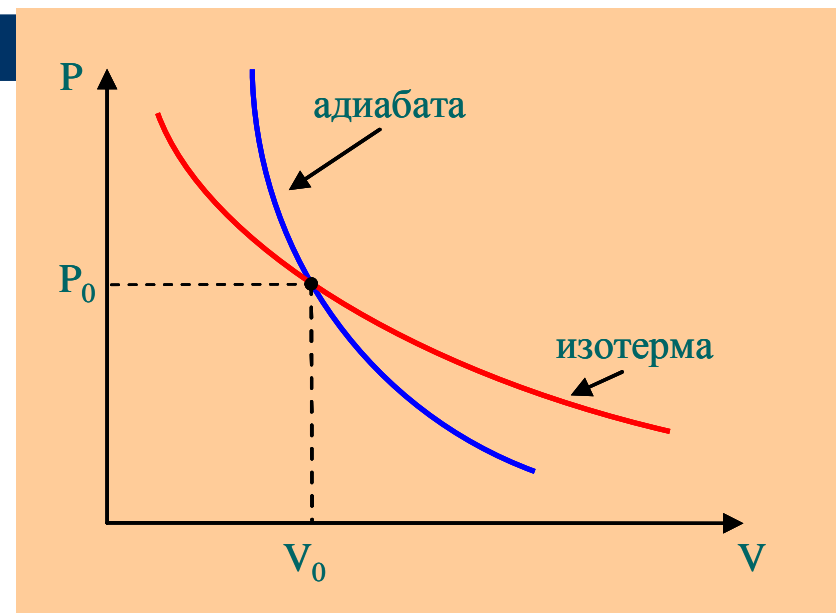
$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$P/T^{\gamma/\gamma-1} = \text{const}$$

$$PV^\gamma = \text{const} \text{ – уравнение адиабаты Пуассона}$$

# Адиабата круче изотермы

- Адиабата  $P \sim 1/V^\gamma$
- Изотерма  $P \sim 1/V$
- изотермическая сжимаемость:  
 $\beta_T = -1/V(\partial V/\partial P)_T = 1/P$
- адиабатическая сжимаемость:  
 $\beta_{ад} = 1/V(\partial V/\partial P)_{ад} = 1/\gamma P = \beta_T/\gamma \Rightarrow$
- изотермическая сжимаемость в  $\gamma$  раз больше адиабатической :  
 $\beta_T/\beta_{ад} = \gamma$  – это верно не только для газов, но и для всех веществ





# Задача про квазистатическое и неквазистатическое сжатие газа

- Идеальный газ в мягкой адиабатической оболочке
  1. резко сжимают, скачкообразно увеличивая давление от  $P_1$  до  $P_2$
  2. Квазистатически увеличивают давление от  $P_1$  до  $P_2$   
Как изменилась температура в первом и втором случаях?

*Решение:*

- 1)  $A_{\text{внеш}} = \Delta U \Leftrightarrow$   
 $P_2(V_2 - V_1) = C_v(T_2 - T_1) \Leftrightarrow \{ \text{с учётом уравнения состояния} \}$   
 $PV = RT \} \Leftrightarrow$   
 $T_2 = T_1 \{ 1 + (1 - 1/\gamma) \Delta P / P_1 \}$
- 2)  $T_2^{\text{квазст}} = T_1 (P_2 / P_1)^{(1 - 1/\gamma)} \Leftrightarrow$   
 $T_2^{\text{квазст}} < T_2 \Leftrightarrow$  при резком сжатии газ нагревается сильнее.

## Политропа: $C = \text{const}$

- $CdT = C_V dT + PdV = C_V dT + RTdV/V \Rightarrow$   
 $(C - C_V)dT/T - RdV/V = 0 \Rightarrow$   
 $T/V^{R/C-C_V} = \text{const} \Rightarrow$
- $PV^n = \text{const}$  – уравнение политропы;  
 $n = (C - C_P)/(C - C_V)$  - показатель политропы

## Пример: теплоёмкость в процессе $PV^2 = \text{const}$

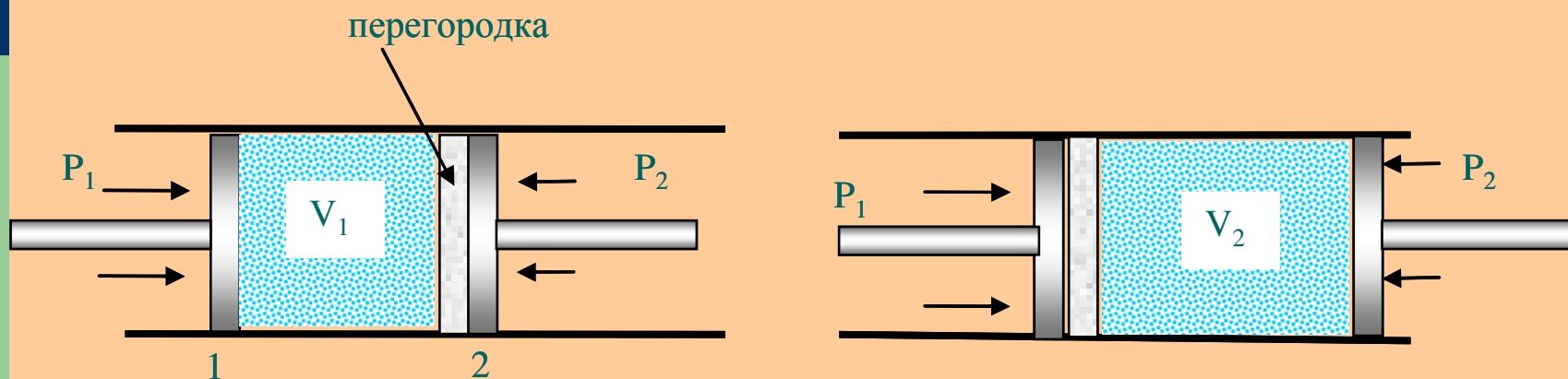
- $dQ = CdT = dU + PdV = C_V dT + PdV \Rightarrow C = C_V + P(dV/dT)_{\text{process}}$
- $PV^2 = RTV = \text{const} \Rightarrow dT/T + dV/V = 0 \Rightarrow (dV/dT)_{\text{process}} = -V/T \Rightarrow$
- $C = C_V + P(dV/dT)_{\text{process}} = C_V + P(-V/T) = C_V - PV/T = C_V - R$
- Ответ:  $C = C_V - R$
- Решение с использованием формулы политропы:  
 $n = (C - C_P)/(C - C_V) = 2 \Rightarrow C = C_V - R$  //ответ

## Основные политропические процессы

$PV^n = \text{const}$ ,  $n = (C - C_p)/(C - C_v)$

№	Название процесса	теплоёмкость	n	уравнение
1	адиабатический	$C = 0$	$n = \gamma$	$PV^\gamma = \text{const}$
2	изобарический	$C = C_p$	$n = 0$	$P = \text{const}$
3	изохорический	$C = C_v$	$n = \infty$	$V = \text{const}$
4	изотермический	$C = \infty$	$n = 1$	$T = \text{const}$

# Дросселирование. Процесс Джоуля-Томсона.



- Процесс Джоуля-Томсона – это медленное стационарное адиабатическое течение газа через пористую перегородку (пробку) из области высокого  $P_1$  в область низкого давления  $P_2$ .
- $A_{\text{внешн}} = \Delta U \Leftrightarrow P_1 V_1 - P_2 V_2 = U_2 - U_1 \Leftrightarrow U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2 = H$  – энтальпия (тепловая функция)  $\Leftrightarrow$  процесс Джоуля – Томсона – это изоэнтальпийный процесс.
- Для ИГ энтальпия  $H = U + PV = C_V T + RT = (C_V + R)T = C_p T$
- $H_1 = H_2 \Leftrightarrow T_1 = T_2 \Leftrightarrow$  в процессе Дж.-Т температура ИГ не изменяется
- Для гашения скорости можно использовать маленькое отверстие – дроссельный вентиль; тогда процесс называют *дросселированием*.

# Скорость звука в газах

- Звуковая волна в газе или жидкости – это продольная волна разрежения-уплотнения.
- Скорость звука  $c_{зв} = (\partial P / \partial \rho)^{1/2}$
- Изотермический звук:  
 $c_{зв}^T = (\partial P / \partial \rho)_T^{1/2} = (P / \rho)^{1/2} = (RT / \mu)^{1/2} = 280 \text{ м/с}$
- Адиабатический звук:  
 $c_{зв}^{ад} = (\partial P / \partial \rho)_{ад}^{1/2} = (\gamma P / \rho)^{1/2} = (\gamma RT / \mu)^{1/2} = 330 \text{ м/с}$   
– так оно и есть

# Адиабатическое истечение газа из баллона

- В баллоне давление  $P_1$ ,  $T_1$ , скорость  $v = 0$ . Через маленькое отверстие (вентиль) газ вытекает в область с давлением  $P_2$ , приобретая скорость  $v$  и температуру  $T_2$ :  $T_2/T_1 = (P_2/P_1)^{\gamma/(\gamma-1)}$

$$P_1 V_1 - P_2 V_2 = U_2 - U_1 + \mu v^2/2 \Leftrightarrow$$

$$P_1 V_1 + U_1 = P_2 V_2 + U_2 + \mu v^2/2 \Leftrightarrow$$

$$C_p T_1 = C_p T_2 + \mu v^2/2 \Leftrightarrow \text{скорость струи}$$

$$v^2 = 2C_p(T_1 - T_2)/\mu = 2\gamma R T_1/\mu(\gamma-1) (1 - T_2/T_1) =$$

$$c_{3B}^2 2/(\gamma-1) (1 - (P_2/P_1)^{\gamma/(\gamma-1)}) \Leftrightarrow$$

$$v = c_{3B} \{2/(\gamma-1) (1 - (P_2/P_1)^{\gamma/(\gamma-1)})\}^{1/2}$$

$$\text{при } P_2 \ll P_1 \Leftrightarrow v_{\max} = c_{3B} \{2/(\gamma-1)\}^{1/2} > c_{3B}$$

- Для одноатомного газа  $v_{\max} = c_{3B} (3)^{1/2} = 1,73c_{3B}$

- для воздуха  $v_{\max} = c_{3B} (5)^{1/2} = 3,24c_{3B}$