

## Работа 1.3.

### Изучение явления взаимной индукции

**Цель работы:** изучение явлений взаимной индукции двух коаксиально расположенных катушек.

**Приборы и оборудование:** источник питания; электронный осциллограф; звуковой генератор; цифровой вольтметр, модуль ФПЭ-05 для изучения взаимоиндукции; две катушки индуктивности на одной оси; штوك со шкалой, показывающий взаимное расположение катушек.

### Общие сведения

Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве (вихревое) электрическое поле. Согласно **закону электромагнитной индукции**, циркуляция электрического поля по некоторому контуру равна<sup>1</sup> темпу изменения потока магнитного через поверхность, охватываемую данным контуром:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Здесь  $\Phi = \int B_n dS$  — поток магнитного поля через поверхность, охватываемую замкнутым контуром  $\Gamma$ ,  $B_n$  — нормальная компонента магнитного поля к данной поверхности.

Если в переменное магнитное поле помещён замкнутый проводник, то в нём благодаря наличию поля  $\vec{E}$  возникнет ток, называемый **индукционным**. Поскольку циркуляция электрического

---

<sup>1</sup>В системе единиц СИ.

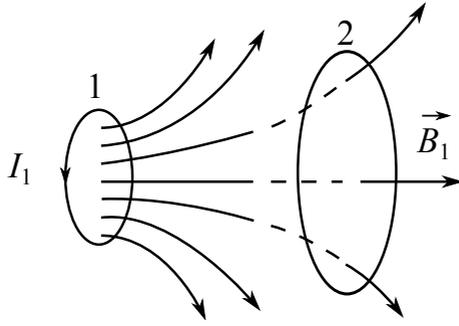


Рис. 1: Поток через контур 2 магнитного поля, созданного током в контуре 1

поля есть, как несложно видеть, работа по переносу единичного заряда по контуру, её наличие эквивалентно присутствию в цепи батареи с ЭДС, равной

$$\boxed{\mathcal{E}_и = -\frac{d\Phi}{dt}}. \quad (1)$$

которую называют ЭДС индукции<sup>2</sup>.

Ток  $I$ , текущий по некоторому замкнутому контуру, порождает магнитное поле, которое пронизывается этот же контур. Поток магнитного поля через данный контур пропорционален величине  $I$  — соответствующий коэффициент пропорциональности  $L$  называют коэффициентом самоиндукции или просто индуктивностью:

$$\Phi = LI. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь два контура 1 и 2, расположенных на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1). Если по контуру 1 пропустить ток  $I_1$ , то он создаст некоторый поток  $\Phi_{21}$  магнитного поля через контур 2, пропорциональный току  $I_1$ :

$$\Phi_{21} = M_{21}I_1. \quad (3)$$

---

<sup>2</sup>Заметим, что равенство (1) применимо не только для переменного поля, но и в общем случае, когда магнитный поток  $\Phi$  меняется в силу изменения формы проводника или если проводник вносится во внешнее магнитное поле.

Коэффициент пропорциональности  $M_{21}$  называется коэффициентом взаимной индукции контуров или взаимной индуктивностью контуров. Он зависит от формы и взаимного расположения контуров 1 и 2, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Суммарный поток через контур 2 запишется как сумма самоиндукции и взаимной индукции:

$$\Phi_2 = L_2 I_2 + M_{21} I_1. \quad (4)$$

ЭДС индукции, наводимая в 2-м контуре, равна

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (5)$$

И наоборот, меняя местами 1-й и 2-й контуры, получим в результате аналогичных рассуждений ЭДС индукции в 1-м контуре:

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (6)$$

Отметим, что согласно теореме взаимности коэффициенты взаимной индукции равны между собой:

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (7)$$

## Методика измерения

В данной работе изучается коэффициент взаимной индукции между длинной катушкой 1 и короткой катушкой 2, которая надевается на катушку 1 и может перемещаться вдоль ее оси. Питание одной из катушек, например 1, осуществляется от генератора звуковой частоты PQ, напряжение с которого

$$U = U_0 \cos \omega t$$

подаётся на катушку последовательно через сопротивление  $R$ . Действующее значение напряжения генератора  $U_4 = U_0/\sqrt{2}$  измеряется с помощью вольтметра.

Значение сопротивления  $R$  выбирается таким образом, чтобы выполнялись неравенства

$$R \gg \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2} \quad (\text{и} \quad R \gg \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \omega^2}), \quad (8)$$

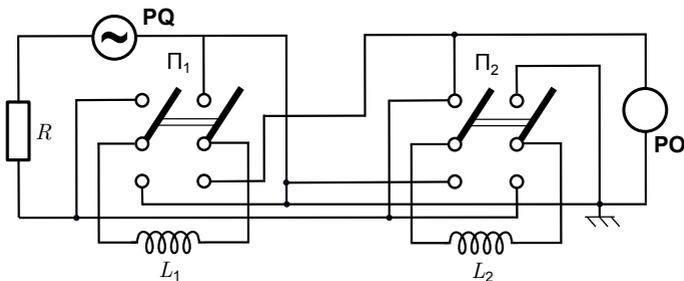


Рис. 2: Измерительная схема ФПЭ-05

где  $L_{1,2}$  — индуктивности катушек 1 и 2;  $R_{1,2}$  — их активные сопротивления. В этом случае напряжение на подключённой к генератору катушке много меньше напряжения на резисторе  $R$ , и таким образом ток, протекающий через катушку 1, можно определить как

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \cos \omega t = I_{01} \cos \omega t.$$

Переменный ток в катушке 1 создает переменную ЭДС взаимной индукции в катушке 2 согласно формуле (5):

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} = -M_{21} \omega \frac{U_0}{R} \sin \omega t = -\mathcal{E}_{02} \sin \omega t.$$

Измерив с помощью осциллографа амплитуду ЭДС взаимной индукции  $\mathcal{E}_{02}$ , можно получить значение коэффициента взаимной индукции  $M_{21}$ :

$$M_{21} = \frac{\mathcal{E}_{02} R}{2\pi f U_0} \quad (9)$$

где  $f$  — частота звукового генератора в герцах.

Если же подавать ток на 2-ю катушку, а снимать значение напряжения на 1-й, то можно измерить коэффициент  $M_{12}$ :

$$M_{12} = \frac{\mathcal{E}_{01} R}{2\pi f U_0}. \quad (10)$$

Для «перестановки» катушек необходимо переключатели  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  перебросить в противоположное направление (рис. 2).

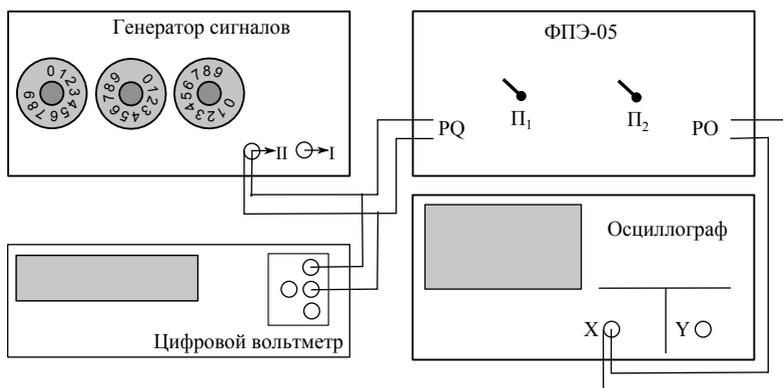


Рис. 3: Схема установки

## Порядок выполнения работы

### А. Определение рабочего диапазона частот

1. Соберите схему, изображённую на рис. 3.
2. Ознакомьтесь с работой осциллографа. Под руководством преподавателя подготовьте осциллограф к работе.
3. Задайте выходное напряжение генератора сигналов, равное  $U_4 = 3$  В. Регулировать напряжение генератора можно ручками “атт.” (ослабление выходного сигнала в децибеллах) и “ампл.” — плавная регуляция амплитуды выходного сигнала.
4. Подключите катушку 1 к генератору с помощью переключателя  $\Pi_1$ , установив его в позицию PQ. Подключите катушку 2 к каналу CH1 осциллографа, установив переключатель  $\Pi_2$  в положении PO.
5. В качестве рабочего диапазона частот рекомендуется выбрать диапазон от 5 до 25 кГц. Проверьте, что при этих частотах амплитуда напряжения на 2-й катушке  $\mathcal{E}_{02}$  прямо пропорциональна частоте  $f$  (или, иными словами, отношение  $\mathcal{E}_{02}/f = \text{const}$ ). При изменении частоты контролируйте выходное напряжение генератора  $U_4$ .

Амплитуда напряжения  $\mathcal{E}_{02}$  измеряется с помощью осциллографа. Коэффициент пропорциональности между вольтами и количеством делений на экране осциллографа переключается ручкой “VOLTS/DIV” (вольт на деление, 1 деление — 1 см на сетке экрана), соответствующей каналу “СН1”.

6. Повторите пункт 5, подключив генератор ко 2-й катушке, а осциллограф к 1-й. Для этого необходимо переключатели  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  перевести в обратные положения — переключатель  $\Pi_1$  в положение РО, а переключатель  $\Pi_2$  в положение РQ.

### **Б. Измерение коэффициентов взаимной индукции и исследование их зависимости от взаимного расположения катушек**

1. Для измерения коэффициента взаимной индукции  $M_{21}$  установите переключатель  $\Pi_1$  в положение РQ, а переключатель  $\Pi_2$  в положение РО. При этом напряжение со звукового генератора подаётся на катушку 1, а ЭДС с катушки 2 подаётся на вход осциллографа.
2. Задайте напряжение, подаваемое на катушку 1  $U_4 = 3$  В. Частоту генератора установите из середины рабочего диапазона. Задайте подвижную катушку 1 в крайнее положение (координата  $z$  на выдвижной шкале катушки равна нулю). Выдвигая катушку вперёд с шагом 1 см, снимите показания зависимости амплитуды ЭДС взаимной индукции  $\mathcal{E}_{02}$  в зависимости от координаты катушки  $z$ .
3. Для измерения коэффициента взаимной индукции  $M_{12}$  установите переключатель  $\Pi_1$  в положение РО, а переключатель  $\Pi_2$  в положение РQ.
4. Повторите измерения пункта 2 для зависимости  $\mathcal{E}_{01}$  от  $z$ .
5. Рассчитайте по формулам (9), (10) значения  $M_{21}$  и  $M_{12}$  и занесите полученные данные в табл. 1.

$U_4 = \dots, f = \dots$						
$z$	$\mathcal{E}_{02}$		$M_{21}$	$\mathcal{E}_{01}$		$M_{12}$
см	дел	В	Гн	дел	В	Гн

6. Постройте графики зависимости  $M_{21}$  и  $M_{12}$  как функции координаты  $z$ . Сравните полученные значения. Убедитесь в справедливости теоремы взаимности.

### В. Измерение $M_{21}$ при различных значениях амплитуды питающего напряжения

Убедитесь в том, что коэффициент взаимной индукции не зависит от напряжения на генераторе.

- Для этого поставь катушку 1 в среднее положение относительно катушки 2 ( $z = 50$  мм) и установите частоту генератора из середины рабочего диапазона (например, 10 кГц). Измерьте  $\mathcal{E}_{02}$  при нескольких различных значениях напряжения  $U_4$  в цепи катушки 1 в интервале от 0,1 до 5 В.
- Рассчитайте  $M_{21}$  по формуле (9). Полученные данные занесите в табл. 2.

$f = \dots, R = 10 \text{ кОм}$					
$U_4, \text{ В}$					
$\mathcal{E}_{02}, \text{ В}$					
$M_{21}, \text{ Гн}$					

### Г. Измерение $M_{21}$ при различных частотах питающего напряжения

Определите экспериментально зависимость коэффициента взаимной индукции от частоты генератора.

- Поставьте катушку 1 в среднее положение относительно катушки 2 ( $z = 50$  мм).
- Установить напряжение на генераторе 3 В.

- Измерьте амплитуду ЭДС взаимной индукции  $\mathcal{E}_{02}$  при нескольких значениях частоты  $f$  звукового генератора в интервале от 5 до 25 кГц.
- Рассчитайте  $M_{21}$  по формуле (9). Полученные данные занесите в табл. 3

$U_4 = \dots, R = 10 \text{ кОм}$					
$f, \text{ Гц}$					
$\mathcal{E}_{02}, \text{ В}$					
$M_{21}, \text{ Гн}$					

- Постройте график зависимости  $M_{21}$  от обратной частоты  $1/f$ . Оцените ошибку измерения  $M$ .

### Параметры установки

Сопротивление резистора  $R = 10 \text{ кОм} \pm 5\%$ .

### Контрольные вопросы

- При каких действиях над катушкой в ней возникает ЭДС индукции?
- Что такое коэффициент самоиндукции и коэффициент взаимной индукции?
- Найдите коэффициент взаимной индукции для бесконечного соленоида и витка, обмотанного вокруг него.
- Найдите коэффициент взаимной индукции двух катушек с индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$ , намотанных на общий ферромагнитный сердечник.
- Как зависит величина магнитного поля от положения на оси соленоида?
- Докажите теорему взаимности  $M_{12} = M_{21}$ .