Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич

Московский Физико-Технический Институт

СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИИ №8

Движение относительно неинерциальных систем отсчета

1. Неинерциальные системы отсчёта (НСО). Силы инерции.
2. Поступательно движущиеся НСО. Принцип эквивалентности. Примеры.
3. Равномерно вращающаяся система отсчёта. Центробежная сила инерции. Сила Кориолиса.
4. Примеры решения задач о движении в НСО.

1. Неинерциальные системы отсчёта. Силы инерции.

Системы отсчета, в которых все свободные тела движутся прямолинейно и равномерно или покоятся, называются ***инерциальными системами отсчета (ИСО).***

Второй закон Ньютона в ИСО

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad m\vec{a}_{отн} = \vec{F}, \quad \vec{a}_{отн} = \vec{a}$$

Относительное и переносное движения.

Кинематические соотношения (поступательное движение системы отсчета)

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}, \quad \dot{\vec{R}} = \dot{\vec{R}}_0 + \dot{\vec{r}}, \quad \ddot{\vec{R}} = \ddot{\vec{R}}_0 + \ddot{\vec{r}},$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{R}}, \quad \vec{v}_0 = \dot{\vec{R}}_0, \quad \vec{v}_{отн} = \dot{\vec{r}},$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_{отн}$$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{R}}, \quad \vec{a}_0 = \ddot{\vec{R}}_0, \quad \vec{a}_{отн} = \ddot{\vec{r}},$$

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{отн}$$

Динамические соотношения (уравнение относительного движения материальной точки)

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} - m\vec{a}_0 = \vec{F} + \left(-m\vec{a}_0\right)$$

$$\vec{F}_{инерции} = -m\vec{a}_0$$

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + \vec{F}_{инерции}$$

Силы инерции зависят от характера движения НСО и от положения и скорости точки относительно НСО.

2. Поступательно движущиеся НСО. Принцип эквивалентности. Примеры.

Пример 1. Лифт.

$$m\vec{a}_{отн} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{пси}, \quad \vec{F}_{пси} = -m\vec{a}_{лифта}$$

а) Пусть лифт бесконечно удалён от гравитирующих тел и двигается с ускорением. Тогда на все тела, находящиеся в лифте действует сила инерции. Тела под действием этих сил будут давить на опору (или растягивать подвес). То есть тела будут обладать весом.

Если лифт не движется, а висит над какой-то гравитирующей массой в однородном поле, то все тела также будут обладать весом. Находясь в лифте, невозможно отличить эти две силы..

Принцип эквивалентности (формулировка Эйнштейна). Все явления в гравитационном поле происходят точно так же как в соответствующем поле сил инерции, если совпадают напряжённости этих полей и одинаковы начальные условия для тел системы.

б) В состоянии невесомости (предмет покоится относительно лифта)

$$\vec{N} = 0,\ \vec{a}_{отн} = 0,\ m\vec{g} + \vec{F}_{пси} = 0,$$

$$\vec{F}_{пси} = -m\vec{g},\quad \vec{a}_{лифта} = \vec{g}$$

т.е. сила тяжести уравновешивается силой инерции.

в) Математический маятник в лифте.

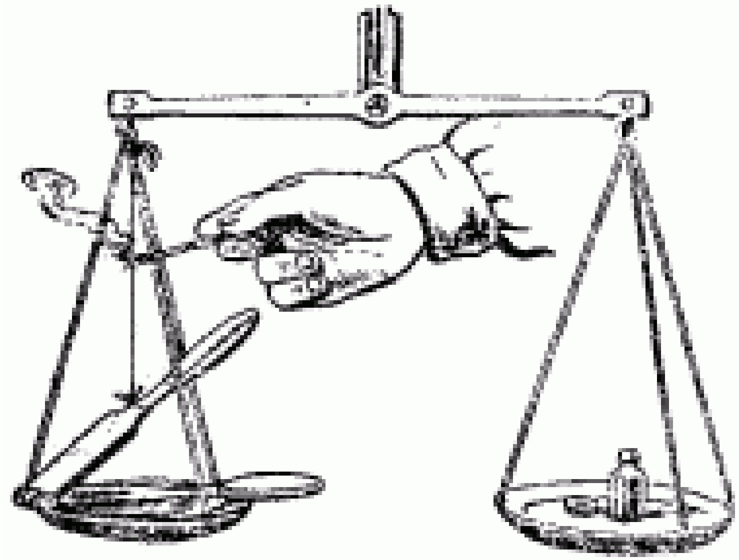
$$m\vec{a}_{отн} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{пси} = m\vec{g}_{эфф} + \vec{F},$$

$$\vec{g}_{эфф} = \vec{g} - \vec{a}_{лифта}$$

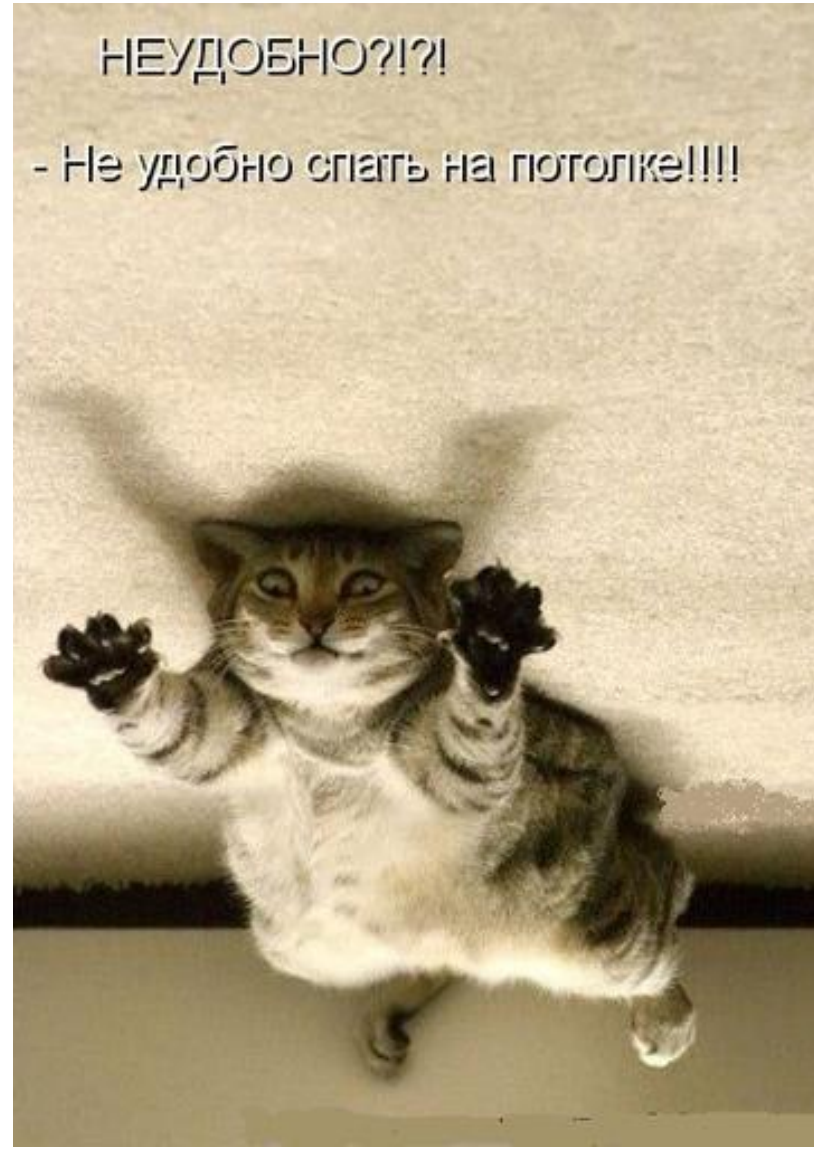
Если вектор ускорения лифта направлен вертикально вверх, то период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{эфф}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_{лифта}}} < T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l - длина маятника.




DOWN


НЕУДОБНО?!?!
- Не удобно спать на потолке!!!!

Пример 2. Математический маятник на тележке.

Тележка движется по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением.

$$m\vec{a}_{отн} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{пси} = m\vec{g}_{эфф} + \vec{F},$$

$$\vec{g}_{эфф} = \vec{g} - \vec{a}_{тележки}$$

Период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{эфф}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a_{тел}^2}}} < T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Пример 3. Аквариум на тележке.

Тележка движется по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением. Свободная поверхность жидкости перпендикулярна постоянному вектору

$$\vec{g}_{эфф} = \vec{g} - \vec{a}_{тел}$$

т.е. представляет собой плоскость, наклоненную к горизонту под углом

$$\alpha = arctg(a_{тел} / g)$$

3. Равномерно вращающаяся система отсчёта. Центробежная сила инерции. Сила Кориолиса.

Кинематические соотношения для равномерно вращающейся системы отсчета (начало координат неподвижно относительно инерциальной системы отсчета)

$$\vec{a} = \vec{a}_{отн} + \vec{a}_{кор} + \vec{a}_{пер},$$

$$\vec{a}_{кор} = 2\left[\vec{\omega}, \vec{v}_{отн}\right],$$

$$\vec{a}_{пер} = \left[\vec{\omega}, \left[\vec{\omega}, \vec{r}\right]\right]$$

Динамические соотношения. Силы инерции в равномерно вращающейся системе отсчета

$$\boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{отн}} = \vec{\boldsymbol{F}} - \boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{кор}} - \boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{пер}} =$$

$$= \vec{\boldsymbol{F}} + 2\boldsymbol{m}\left[\vec{v}_{\boldsymbol{отн}}, \vec{\boldsymbol{\omega}}\right] - \boldsymbol{m}\left[\vec{\boldsymbol{\omega}}, \left[\vec{\boldsymbol{\omega}}, \vec{\boldsymbol{r}}\right]\right]$$

Сила Кориолиса

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{кор}} = 2\boldsymbol{m}\left[\vec{v}_{\boldsymbol{отн}}, \vec{\boldsymbol{\omega}}\right]$$

Центробежная сила

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{цб}} = -\boldsymbol{m}\left[\vec{\boldsymbol{\omega}}, \left[\vec{\boldsymbol{\omega}}, \vec{\boldsymbol{r}}\right]\right] = \boldsymbol{m}\boldsymbol{\omega}^2\vec{\boldsymbol{r}}_{\perp}$$

$$\boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{отн}} = \vec{\boldsymbol{F}} + \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{кор}} + \vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{цб}}$$

Свойства сил инерции

а) Силы инерции существуют только в НСО.

б) Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами НСО.

в) Третий закон Ньютона для сил инерции «не работает».

г) Все силы инерции пропорциональны массе тела.

д) Сила Кориолиса **перпендикулярна** скорости и не производит работы!

4. Примеры решения задач о движении в НСО.

Пример 1. Вес тела на Земле.

Весом тела $\vec{P}$ называется сила, с которой это тело действует на опору (или подвес), на которой оно лежит (или тянет за подвес, к кото-рому оно подвешено). При этом предполагается, что тело, подставка (или подвес) покоятся в той системе отсчета, в которой производится взвешивание

$$\vec{P} = m\vec{g} + m\omega^2\vec{r}_\perp = m\,\vec{g}_з\,,$$

$$\vec{g}_з = \vec{g} + \omega^2\vec{r}_\perp$$

Направление отвеса определяется направлением вектора $\vec{P}$.

Для сферически симметричной Земли:

а) На полюсе и на экваторе

$$g_П = g = 983{,}2\ см / с^2$$

$$g_Э = g_п - \omega^2 R_З = 979{,}8\ см / с^2$$

б) Отклонение от «вертикали» на широте Долгопрудного

$$\boldsymbol{\sin\alpha} = \frac{\boldsymbol{\omega}^2 \boldsymbol{R_З}}{2\boldsymbol{g}} \boldsymbol{\sin}\left(2\boldsymbol{\theta}\right) \approx 2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \ \boldsymbol{рад}$$

<u>Пример 2.</u> Центробежный потенциал. Скамья Жуковского.

$$\boldsymbol{F}_{цб,r} = -\frac{\partial \boldsymbol{U}_{цб}}{\partial \boldsymbol{r}}, \ \boldsymbol{U}_{цб} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{m}\omega^2\boldsymbol{r}^2 + \boldsymbol{C}$$

Работа по перемещению гантелей к оси вращения (масса гантели 4 кг, частота вращения 4 об/с, длина руки 1 м)

$$\boldsymbol{A} = 2\left(\boldsymbol{U}_{цб,0} - \boldsymbol{U}_{цб,R}\right) = \boldsymbol{m}\omega^2\boldsymbol{R}^2 \approx 2500 \ Дж$$

Центрифуга ЦФ-18 позволяет проводить физиологические исследования и тренировки космонавтов в условиях регулируемых по величине и направлению перегрузок и изменяемого микроклимата (давление, температура, влажность и газовый состав) в кабине, а также проводить испытания на функционирование образцов техники при воздействии перегрузок. Максимальное значение перегрузки, которое можно достичь на **ЦФ-18 - 30 единиц.** При отборе и подготовке космонавтов используются перегрузки величиной от 2 до 8 единиц. Общий вес вращающейся части центрифуги составляет 305 тонн.

Пример 3. Из трубы на волю (из жизни шариков). С какой скоростью вылетит шарик, помещенный в гладкую трубку? Угловая скорость вращения трубки ω, радиус трубки R, трубка вращается в горизонтальной плоскости. В начальный момент шарик находился вблизи оси вращения.

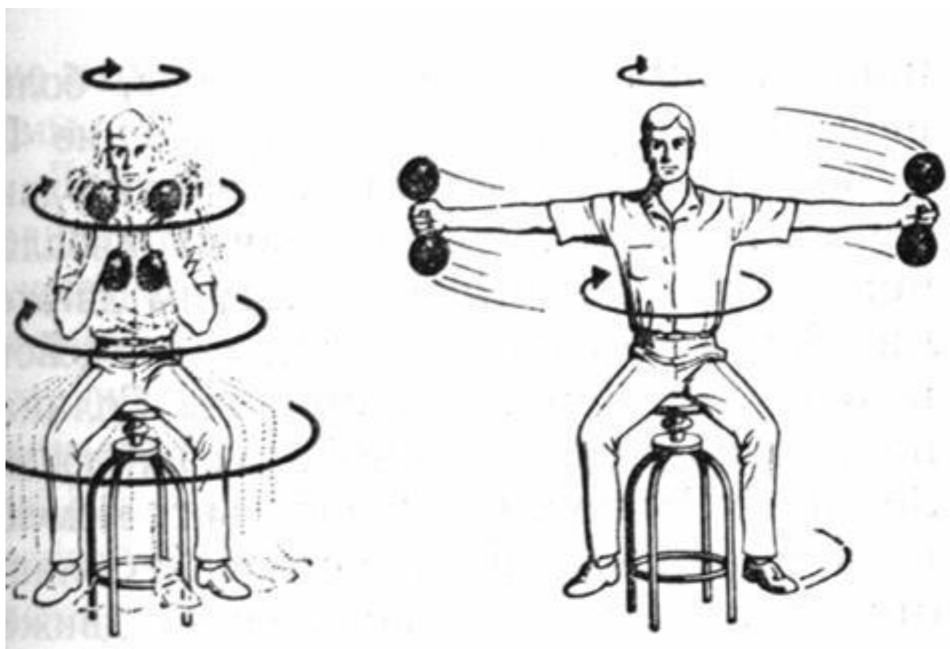
$$\frac{\boldsymbol{m}v^2_{\boldsymbol{отн}}}{2} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{цб}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{m}\boldsymbol{\omega}^2\boldsymbol{R}^2,$$

$$v_{\boldsymbol{отн}} = \boldsymbol{\omega R},$$

$$v = \sqrt{(\boldsymbol{\omega R})^2 + (v_{\boldsymbol{отн}})^2} = \boldsymbol{\omega R}\sqrt{2}$$

Пример 4. Скамья Жуковского и сила Кориолиса. Почему изменяется угловая скорость вращения демонстратора при перемещении гирь?

$$\vec{F}_{кор} = 2m[\vec{v}_{отн}, \vec{\omega}]$$



Пример 5. Стрельба на карусели и сила Кориолиса. Радиус карусели $R = 10\ м$, период вращения $T = 10\ с$, скорость пули $v = 300\ м/с$, мишень на краю карусели, стрелок в центре. Угол прицеливания?

$$\vec{F}_{кор} = 2m\left[\vec{v}_{отн}, \vec{\omega}\right] \perp \vec{v}_{отн}$$

$$\frac{mv_{отн}^2}{\rho} = 2mv_{отн}\omega, \quad \rho = \frac{v_{отн}}{2\omega},$$

$$\sin\alpha = \frac{R/2}{\rho} = \frac{R\omega}{v_{отн}} \approx 2\cdot 10^{-3}\ рад$$

<u>Пример 6.</u> Куда упадет банан? Отклонение падающих тел от вертикали.11 апреля 2015 года. Полдень. Район экватора. Последний банан висит на высоте 20 м. Определить направление и величину смещения точки падения от вертикали.

Отклонение – на восток.

$$a_{кор} \approx 2\omega v, \quad v = gt, \quad a_{кор} = 2\omega gt$$

$$v_в = \omega g t^2, \quad s_в = \frac{1}{3}\omega g t^3, \quad T_п = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2},$$

$$s_в = \frac{1}{3}\omega g\left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} = \frac{2}{3}\omega h\left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2} \approx 4\ мм$$

1883 год, Фрейбургские шахты, Фердинанд Райх. Высота 158 м, 106 опытов, смещение при падении составило 28,3 мм

Пример 7. Пока пассажиры спали.

Вагон с отдохнувшими пассажирами катил с юга на север со скоростью 72 км/ч по железнодорожному пути, проложенному по меридиану. Найти величину и направление силы, с которой вагон действует на рельсы в направлении перпендикулярном движению. Масса вагона 100 т, широта места 60º с.ш.

а) сила действует на правый рельс

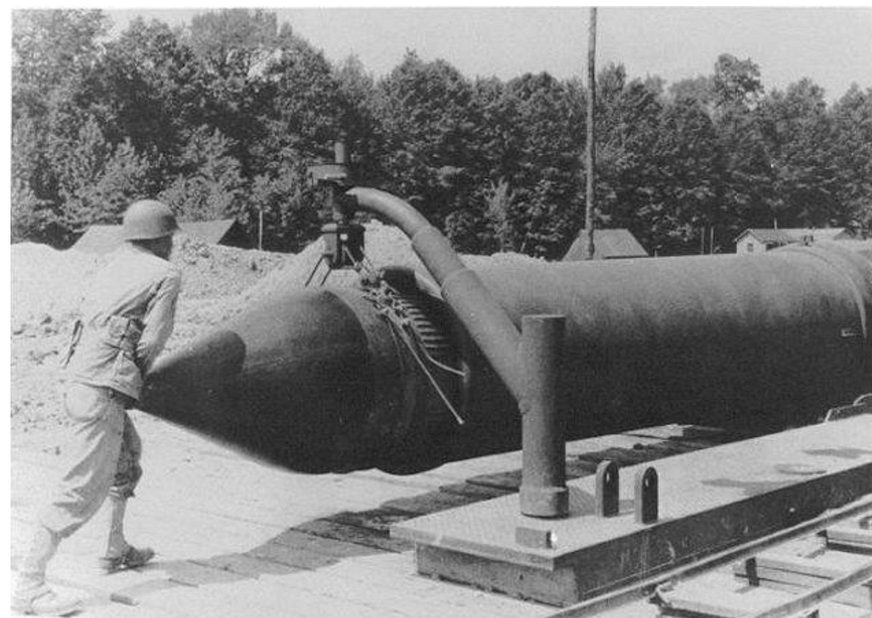
б) величина силы

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{кор} = 2\boldsymbol{m\omega v}sin\boldsymbol{\varphi} \approx 250 \ \boldsymbol{H}$$

в) В северном полушарии правый берег рек размывается сильнее.


250x332 15kb

U.S. "LITTLE DAVID" 914MM(36 INCH) MORTAR
BIGGEST MORTAR IN THE WORLD, CIRCA 1944



A31211 ABERDEEN PROVING GROUND 10 Aug 45
roj. No. 4712. B.T.D. T1. Loading bomb with Davit loader.

Пример 8. О величине бокового отклонения снаряда, движущегося по настильной траектории.

а) величина бокового ускорения

$$\boldsymbol{F_{бок}} = \boldsymbol{F_{кор}} = 2\boldsymbol{m}\boldsymbol{\omega}\upsilon sin\boldsymbol{\varphi}, \quad \boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{\omega}\upsilon sin\boldsymbol{\varphi} \approx \boldsymbol{const}$$

б) величина бокового смещения

$$\boldsymbol{S_{бок}} = \frac{\boldsymbol{a_{бок}}\boldsymbol{t}^2}{2} \approx \frac{2\boldsymbol{\omega}\upsilon sin\boldsymbol{\varphi}}{2} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{L}}{\upsilon}\right)^2 \approx 24\ \boldsymbol{м}$$

Скорость снаряда 900 м/с, расстояние до цели – 18 км, географическая широта 60º с.ш. .