МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 2.2.3

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

Составитель:
Попов П.В.

Из лаборатории не выносить!
Электронная версия доступна на сайте кафедры общей физики
physics.mipt.ru/S_II/lab

Долгопрудный 2019

Лабораторная работа 2.2.3

Измерение теплопроводности воздуха при атмосферном давлении

Цель работы: измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

В работе используются: цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; реостат (или магазин сопротивлений).

Теоретические сведения

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт *хаотического* движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается *законом Фурье*, утверждающим, что плотность потока энергии $\vec{q}\ \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right]$ (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры ∇T:

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T, \qquad (1)$$

где $\kappa\ \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}\right]$ — *коэффициент теплопроводности*.

Молекулярно-кинетическая теория даёт следующую оценку[*] для коэффициента теплопроводности газов:

$$\kappa \sim \lambda\bar{v} \cdot nc_V, \qquad (2)$$

где λ — длина свободного пробега молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_\text{Б}T}{\pi m}}$ —средняя скорость их теплового движения, n — концентрация (объёмная плотность) газа,

[*] См. *Н.А. Кириченко* «Термодинамика, статистическая и молекулярная физика», п. 5.5. Отметим, что формула (2) даёт лишь оценку *по порядку величины*, а также правильную *функциональную* зависимость. Часто в учебной литературе приводится формула с численным коэффициентом 1/3 ($\kappa = \frac{1}{3}\lambda\bar{v} \cdot nc_V$). Корректное значение этого коэффициента зависит от закона взаимодействия между молекулами и не может быть вычислено методами общей физики (при этом строгая газокинетическая теория даёт в 2–2,5 большее значение, см. напр., *В.П. Силин* «Введение в кинетическую теорию газов»). С практической точки зрения (2) содержит плохо поддающуюся прямому измерению величину λ, что является еще одной причиной нецелесообразности использования коэффициента 1/3.

$c_V = \frac{i}{2} k_Б$ — его теплоёмкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу (i — эффективное число степеней свободы молекулы).

Длина свободного пробега может быть оценена как $\lambda = 1/n\sigma$, где σ — эффективное сечение столкновений молекул друг с другом*. Тогда из (2) видно, что коэффициент теплопроводности газа не зависит от плотности газа и *определяется только его температурой.* В простейшей модели твёрдых шариков $\sigma = \text{const}$, и коэффициент теплопроводности пропорционален корню абсолютной температуры: $\kappa \propto \bar{v}/\sigma \propto \sqrt{T}$. На практике эффективное сечение $\sigma(T)$ следует считать медленно убывающей функцией T (почему?).

Рассмотрим стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии (см. рис. 1). Пусть тонкая нить радиусом r_1 и длиной L помещена на оси цилиндра радиусом r_0. Температура стенок цилиндра T_0 поддерживается постоянной. Пусть в нити выделяется некоторая тепловая мощность Q [Вт]. Если цилиндр длинный ($L \gg r_0$), можно пренебречь теплоотводом через его торцы. Тогда все параметры газа можно считать зависящими только от расстояния до оси системы r. Вместо (1) имеем

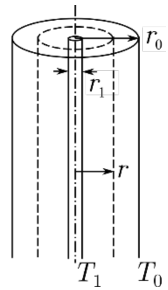

Рис. 1. Геометрия задачи

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \tag{3}$$

В *стационарном* состоянии полный поток тепла через любую цилиндрическую поверхность радиуса r площадью $S = 2\pi r L$ должен быть одинаков и равен $Q = qS$:

$$Q = -2\pi r L \cdot \kappa \frac{dT}{dr} = \text{const}. \tag{4}$$

Если перепад температуры $\Delta T = T_1 - T_0$ между нитью и стенками цилиндра мал ($\Delta T \ll T_0$), то в (4) можно пренебречь изменением теплопроводности от температуры в пределах системы, положив $\varkappa \approx \varkappa(T_0)$. Тогда разделяя переменные в (4) и интегрируя от радиуса нити до радиуса колбы, получим

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln\frac{r_0}{r_1}} \kappa \cdot \Delta T. \tag{5}$$

* *Эффективное сечение рассеяния* (*сечение столкновений*) σ —величина, характеризующая вероятность существенного отклонения налетающих частиц при взаимодействии с некоторым рассеивающим центром. В общем случае она определяется как отношение полного потока рассеянных частиц к плотности потока падающих $\sigma = dN_{рас}/j_{пад}dt$, и имеет размерность площади. Для одинаковых твёрдых шариков $\sigma = \pi d^2$, где d — диаметр шарика.

Видно, что поток тепла через систему пропорционален разности температур в ней (*закон Ньютона*).

Оценка времени установления равновесия. При изменении параметров системы (температуры или мощности нагрева) система переходит в новое стационарное состояние не сразу, а в течение некоторого времени τ. Оценим значение τ по порядку величины. Рассмотрим для простоты плоский слой толщиной a и сечением S, заполненный газом при постоянном давлении. Пусть температура одной из граней выросла на некоторую величину ΔT. Это вызовет поток тепла через систему, который можно оценить по закону Фурье как $q \sim \kappa \frac{\Delta T}{a}$. Для того, чтобы весь слой прогрелся на ΔT, в него должно поступить тепло $nSa \cdot c_P \, \Delta T$, где c_P — теплоёмкость при постоянном давлении (в расчёте на одну молекулу). С другой стороны, поступившее за время τ тепло можно вычислить как $qS\tau = \kappa \frac{\Delta T}{a} S\tau$. Приравнивая, находим искомую оценку времени перехода к стационарному состоянию:

$$\tau \sim \frac{a^2}{\chi}, \qquad \text{где } \chi = \frac{\kappa}{nc_P}. \tag{6}$$

Коэффициент χ, равный отношению теплопроводности $\varkappa$ к теплоёмкости единицы объёма nc_P , называют *температуропроводностью* среды. Он отвечает за скорость изменения температуры при теплопередаче. Для воздуха при нормальных условиях $\chi \sim 0{,}2$ см^2/с, так что при характерном размере $a \sim 1$ см имеем характерное время $\tau \sim 5$ с.

Таким образом, можно ожидать, что в условиях опыта равновесие будет заведомо устанавливаться в течение нескольких десятков секунд. Более точная оценка потребовала бы решения уравнения теплопроводности с учётом геометрии задачи. В рамках данной работы необходимости прибегать к подобным расчётам нет.

Пределы применимости теории. Укажем пределы применимости закона Фурье (1). В газах он может нарушаться, когда характерные масштабы задачи приближаются к длине свободного пробега молекул (см. работу 2.2.2). Это, в частности, приводит к тому, что температура нити может отличаться от температуры окружающего её газа (*температурный скачок*). В данной работе такого рода отклонениями можно пренебречь, поскольку при атмосферном давлении длина свободного пробега составляет порядка $\lambda \sim 10^{-5}$ см, что заведомо меньше наименьшего размера системы — радиуса нити.

Также возможны и другие механизмы теплопередачи: *конвекция* и *излучение*. Известно, что в поле тяжести конвекция возникает при достаточно большом вертикальном перепаде температур. Для её минимизации установка расположена вертикально (градиент температуры имеет место только в горизонтальном направлении).

Вклад излучения может стать существенным при значительном перегреве нити относительно стенок. Оценить мощность излучения можно по закону Стефана–Больцмана:

$$Q_{\text{изл}} = \epsilon S \sigma_S (T_1^4 - T_0^4) \approx 4 \epsilon S \sigma_S T_0^3 \Delta T, \tag{7}$$

где S — площадь поверхности нити, $\sigma_S = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^{2}К^4) — постоянная Стефана–Больцмана, ϵ — безразмерный коэффициент «черноты», зависящий от материала излучающей поверхности (для большинства металлов можно для оценки принять $\epsilon \sim 0{,}1 \div 0{,}2$). Предлагаем самостоятельно проверить, что в условиях опыта вкладом излучения можно пренебречь.

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 2. На оси полой цилиндрической трубки с внутренним диаметром $2r_0 \sim 1$ см размещена металлическая нить диаметром $2r_1 \sim 0{,}05$ мм и длиной $L \sim 40$ см (материал нити и точные геометрические размеры указаны в техническом описании установки). Полость трубки заполнена воздухом (полость через небольшое отверстие сообщается с атмосферой). Стенки трубки помещены в кожух, через которых пропускается вода из термостата, так что их температура t_0 поддерживается постоянной. Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально.

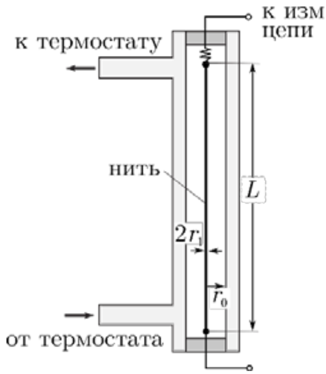

Рис. 2. Схема установки

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). По пропускаемому через нить постоянному току I и напряжению U на ней вычисляется мощность нагрева по закону Джоуля–Ленца:

$$Q = UI,$$

и сопротивление нити по закону Ома:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Сопротивление нити является однозначной функцией её температуры $R(t)$. Эта зависимость может быть измерена с помощью термостата по экстраполяции мощности нагрева к нулю $Q \to 0$, когда температура нити и стенок совпадают $t_1 \approx t_0$. Альтернативно, если материал нити известен, зависимость его удельного сопротивления от температуры может найдена по справочным данным.

Для большинства металлов относительное изменение сопротивления из-за нагрева невелико: при изменении температуры на $\Delta t = 1$ °C относительное изменение сопротивления нити $\frac{\Delta R}{R}$ может составлять приблизительно от 0,2% до 0,6% (в зависимости от её материала). Следовательно, измерение R важно провести с высокой точностью. Желательно, чтобы методика измерений и чувствительность приборов обеспечивали измерение тока и напряжения с относительной погрешностью, не превышающей 0,1% (т.е. необходимо уверенно измерять 4–5 значащих цифр, что вполне реально при использовании современных цифровых мультиметров).

На рис. 3 приведены два варианта электрической схемы установки.

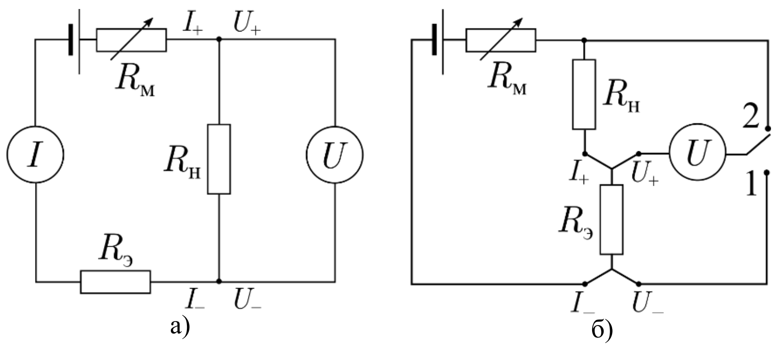

Рис. 3. Варианты электрических схем измерения сопротивления нити и мощности нагрева: а) с двумя мультиметрами, б) с одним вольтметром и эталонным сопротивлением.

В схеме рис. 3а для измерения напряжения и тока используется два мультиметра, работающие в режимах вольтметра и амперметра соответственно. Подключение к нити $R_н$ осуществляется по *четырёхпроводной схеме*. По двум проводам (токовая пара I_+ и I_-) через сопротивление пропускается измерительный ток, а два других (потенциальная пара U_+ и U_-) используются для параллельного подключения вольтметра. Сопротивление $R_э$ используется в качестве балластного для предотвращения перегорания нити. Заметим, что при такой схеме внутреннее сопротивление приборов и сопротивление подводящих проводов практически не влияет на измерения: сопротивление амперметра не влияет на результат вовсе, а сопротивление вольтметра составляет обычно 1–100 МОм, что при $R_{\text{н}} \sim 10$ Ом вносит относительную ошибку не более 10^{-5}.

Схема рис. 3б предусматривает использование одного вольтметра и эталонного сопротивления $R_{\text{э}} \sim 10$ Ом (точное значение $R_{\text{э}}$ и его класс точности указаны в техническом описании установки), включённого последовательно с нитью. В положении переключателя 2 вольтметр измеряет напряжение на нити, а в положении 1 — напряжение на $R_{\text{э}}$, пропорциональное току через нить. Для исключения влияния контактов и подводящих проводов эталонное сопротивление $R_{\text{э}}$ также необходимо подключать в цепь по четырёхпроводной схеме.

Ток в цепи в обеих схемах регулируется с помощью реостата или магазина сопротивлений $R_{\text{м}}$, включённого последовательно с источником напряжения.

Методика измерений. Принципиально неустранимая систематическая ошибка измерения температуры с помощью термометра сопротивления возникает из-за необходимости пропускать через резистор (нить) измерительный ток. Чем этот ток выше, тем с большей точностью будет измерен как он сам, так и напряжение. Однако при этом квадратично возрастает выделяющаяся на резисторе мощность $Q = UI = I^2R$. Следовательно, температура резистора становится выше, чем у объекта, температуру которого надо измерить. Измерения же при малых токах не дают достаточной точности (в частности, из-за существенного вклада термоэлектрических явлений в проводниках и контактах). Эта проблема решается построением *нагрузочной кривой* — зависимости измеряемого сопротивления R от выделяющейся в нём мощности $R(Q)$, с последующей экстраполяцией к нулевой мощности $Q \to 0$ для определения сопротивления $R_0 \equiv R(0)$, при котором его температура равна температуре измеряемого объекта. Кроме того, в данной работе измерение нагрузочных кривых позволяет в ходе эксперимента получить температурную зависимость сопротивления нити, так как при $Q \to 0$ температура нити равна температуре термостата ($T \approx T_0$).

В исследуемом интервале температур (20–70 °C) зависимость сопротивления от температуры можно с хорошей точностью аппроксимировать линейной функцией:

$$R(t) = R_{273} \cdot (1 + \alpha t), \tag{8}$$

где t — температура в [°C], R_{273} — сопротивление нити при температуре 0 °C и $\alpha = \frac{1}{R_{273}}\frac{dR}{dT}$ — *температурный коэффициент сопротивления* материала. Измерение зависимости (8) по данным для $Q \to 0$ позволит затем определять температуру нити t по значению её сопротивления R при произвольной мощности нагрева.

В работе предлагается провести измерения нагрузочных кривых $R(Q)$ при нескольких различных температурах термостата T_0. По пересечениям нагрузочных кривых с осью ординат получить температурную зависимость сопротивления нити от её температуры. По наклонам нагрузочных кривых, пользуясь формулой (5), определить значения коэффициента теплопроводности κ. Если точность измерения позволит, исследовать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры термостата $\kappa(T_0)$.

ЗАДАНИЕ

Подготовка к эксперименту

1. Проведите предварительные расчёты параметров опыта. Приняв максимально допустимый перегрев нити относительно термостата равным $\Delta t_{\max} = 10\ ^\circ\mathrm{C}$, оцените максимальную мощность нагрева $Q_{\max}$ [мВт], которую следует подавать на нить. Для оценки коэффициент теплопроводности воздуха примите равным $\kappa \sim 25$ мВт/(м·К).

Зная приближенное значение сопротивления нити R (см. техническое описание установки), определите соответствующие значения максимального тока $I_{\max}$ и максимального напряжения $U_{\max}$ в нити. При дальнейших измерениях старайтесь не превышать эти значение. Это необходимо, чтобы избежать ненужного перегрева нити (остывание системы может происходить существенно дольше, чем нагрев). Существенное превышение максимальной мощности нагрева может привести к перегоранию нити и выводу из строя установки!

Внимание!

Во избежание перегорания нити запрещается увеличивать напряжение на источнике питания выше указанного на установке!

2. Подготовьте экспериментальную установку к работе:

- проверьте, что измерительная цепь соответствует схеме рис. 3 (а или б);
- на магазине сопротивлений (или на реостате) установите *максимальное* сопротивление $R_м$ (чтобы ток в цепи при её замыкании был минимален);
- включите вольтметр и амперметр (при наличии) и при необходимости настройте режимы их работы (по техническому описанию к установке);
- включите источник питания; проверьте, что он работает в режиме источника напряжения, и что напряжение на нём не превышает максимально допустимое (указано на установке);

- включите термостат и убедитесь, что вода в нём находится при комнатной температуре (измеренной по комнатному термометру, расположенному по возможности ближе к экспериментальной установке); при необходимости нагрейте/охладите термостат.

Проведение измерений

3. При *комнатной* температуре термостата измерьте зависимость сопротивления нити $R = U/I$ от подаваемой на неё мощности $Q = UI$ — нагрузочную кривую $R(Q)$.

Измерения проведите для 7–9 значений тока I через нить от 0 до I_{max}. Рекомендуется подбирать такие токи, чтобы мощность нагрева $Q = I^2R$ возрастала равномерно в диапазоне от 0 до Q_{max}. Ток следует наращивать монотонно, *постепенно* уменьшая сопротивление магазина сопротивлений (или реостата) $R_{\text{м}}$. Перед фиксацией показаний *дождитесь установления теплового равновесия*: показания мультиметров должны быть стационарны (флуктуировать вблизи постоянного значения). При измерениях рекомендуется не только записывать показания мультиметров (напряжение U и ток I), но и сразу вычислять R и Q, чтобы контролировать мощность нагрева и температуру проволоки.

В процессе измерений контролируйте постоянство температуры термостата. Если за время измерений температура термостата изменилась более, чем на 0,1 °C, опыт рекомендуется переделать.

По окончании измерения нагрузочной кривой *установите минимальный ток* через нить, переведя значение магазина сопротивления на 10 кОм (или более). В дальнейшем возвращайте магазин сопротивлений в это положение после каждого измерения нагрузочной кривой.

4. Проведите измерения нагрузочных кривых согласно п. 3 для 5–7 температур термостата в диапазоне от комнатной до 70 °C. Приступать к измерениям при новой температуре следует лишь после установления стационарного состояния. Контролировать стационарность температуры газа можно по напряжению U на нити, если пропускать через неё минимальный ток, не приводящий к сколь-нибудь значимому перегреву (например, $I \sim 0{,}05 I_{\text{max}}$).

5. После завершения измерений выключите блок питания и цифровые мультиметры. На магазине сопротивлений (реостате) $R_{\text{м}}$ установите максимальное сопротивление. Для охлаждения термостата установите целевую температуру термостата 20 °C и откройте кран с холодной водой (питание термостата не выключать).

Обработка результатов измерений

6. Для каждой температуры термостата постройте график зависимости сопротивления нити от мощности $R(Q)$. Убедитесь в линейности полученных зависимостей. Проведите наилучшие прямые и определите точки их пересечения с осью ординат R_0 (при $Q = 0$ температура нити совпадает с температурой термостата) и угловые коэффициенты наклона $\frac{dR}{dQ}$. Оцените погрешности найденных значений.

7. Пользуясь значениями R_0 из п. 6 постройте график зависимости сопротивления нити от её температуры $R(T)$. Убедитесь в линейности полученной зависимости. Постройте наилучшую прямую и определите её угловой коэффициент $\frac{dR}{dT}$. Оцените его погрешность.

Рекомендуется также определить температурный коэффициент сопротивления материала нити $\alpha = \frac{1}{R_{273}}\frac{dR}{dT}$ (здесь R_{273} — сопротивление при 0 °C) и сравнить его с табличным.

8. Используя угловой коэффициент температурной зависимости сопротивления $\frac{dR}{dT}$ из п. 7. и угловые коэффициенты нагрузочных прямых $\frac{dR}{dQ}$ из п. 6, вычислите наклон зависимости выделяющейся на нити мощности Q от её перегрева ΔT относительно стенок:

$$\frac{dQ}{d(\Delta T)} = \frac{dR}{dT} \Big/ \frac{dR}{dQ} \,.$$

Отсюда, с учётом формулы (5), найдите коэффициенты теплопроводности газа κ для каждой температуры термостата T_0. Оцените погрешности полученных результатов.

9. Постройте график зависимости теплопроводности воздуха от температуры газа $\kappa(T)$. Сравните результаты с табличными данными.

Предполагая, что κ степенным образом зависит от абсолютной температуры T: $\kappa \propto T^{\beta}$, постройте график в двойном логарифмическом масштабе (в координатах $\ln\kappa(\ln T)$) и определите из него показатель степени β. Сравните результат с предсказанием теории, считая молекулы твёрдыми шариками.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Фурье и укажите границы его применимости.
2. Получите оценку (2) для коэффициента теплопроводности идеального газа. Оцените теоретически значение теплопроводности, приняв газокинетический диаметр молекул равным $d \sim 3{,}5$ Å.
3. Что такое сечение столкновения? По экспериментальному значению коэффициента теплопроводности оцените сечение столкновений и газокинетический диаметр молекул воздуха. Зависит ли сечение столкновений от температуры газа?
4. Как теплопроводность газа зависит от его температуры и давления? Дайте качественное объяснение этим зависимостям.
5. По измеренному значению коэффициента теплопроводности оцените коэффициент вязкости воздуха. Сравните результат с табличным.
6. По измеренному значению теплопроводности κ определите температуропроводность воздуха χ и оцените время τ установления стационарного состояния в условиях опыта.
7. Перечислите приближения, сделанные при выводе основной расчётной формулы (5). Оцените, насколько хорошо эти приближения выполняются.
8. Уточните формулу (5), считая теплопроводность степенной функцией температуры $\kappa = \kappa_0 (T/T_0)^\beta$.
9. Оцените максимальный относительный вклад теплопередачи за счёт излучения в условиях опыта.
10. Оцените вклад теплоотдачи через торцы системы.
11. Что такое нагрузочные кривые и для чего они используются в термометрии?
12. Какие преимущества даёт четырёхпроводная схема измерения сопротивления? Какие ещё схемы измерения сопротивления возможны?

13.04.2019