

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 2.2.2

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ РАЗНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

Составители:
Сафонов А.И.
Смирнова О.И.
Попов П.В.

Из лаборатории не выносить!
Электронная версия доступна на сайте кафедры общей физики

Долгопрудный 2018

Измерение теплопроводности воздуха при разных давлениях

Цель работы: исследовать теплопередачу от нагретой нити к цилиндрической оболочке в зависимости от концентрации (давления) заполняющего её воздуха. Измерить коэффициент теплопроводности при высоких давлениях; определить область перехода к режиму теплопередачи; определить коэффициент теплопередачи при низких давлениях.

В работе используются: цилиндрическая колба с натянутой по оси платиновой нитью; форвакуумный насос; вакуумметр; масляный манометр; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); источник постоянного тока.

Теоретические сведения

Теплопроводность — это процесс передачи энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается *законом Фурье*, утверждающим, что плотность потока энергии $\vec{q} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры ∇T :

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где $\kappa \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$ — *коэффициент теплопроводности*. В данной работе система имеет цилиндрическую симметрию: пренебрегая краевыми эффектами, можно считать, что все параметры газа зависят только от расстояния до оси системы r . Тогда вместо (1) имеем

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (2)$$

Система, в которой имеются перепады температур, не находится в состоянии равновесия. Говоря о зависимости температуры от координат $T(\mathbf{r})$, мы подразумеваем, что систему можно разбить на элементарные подсистемы (малые объёмы), в каждой из которых имеет место *локальное тепловое равновесие*. В газах закон Фурье применим, если характерный размер r задачи превосходит *длину свободного пробега* молекул: $\lambda \ll r$, а температура меняется незначительно на масштабах длины пробега: $\lambda |\nabla T| \ll T$.

Для количественного описания способности некоторой системы к теплопередаче в целом (независимо от её механизма) используют коэффициент,

называемый *тепловым сопротивлением*, равный отношению перепада температур ΔT в системе к полному потоку энергии Q [Вт] через неё:

$$K = \frac{\Delta T}{Q} \quad (3)$$

(по аналогии с электрической цепью, где ΔT — аналог напряжения, а Q — тока).

Плотные газы. В условиях применимости закона Фурье молекулярно-кинетическая теория даёт следующую оценку* для коэффициента теплопроводности:

$$\kappa \approx \frac{1}{3} \lambda \bar{v} \cdot n c_V, \quad (4)$$

где n — концентрация (объёмная плотность) молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — их средняя тепловая скорость, $c_V = \frac{i}{2} k_B$ — теплоёмкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу (i — эффективное число степеней свободы молекулы).

Длина свободного пробега обратно пропорциональна n : $\lambda = 1/n\sigma$ (где σ — эффективное сечение столкновений молекул друг с другом†), поэтому коэффициент теплопроводности газа (4) *не зависит от его концентрации* (а значит, и от давления) и определяется только его температурой (см. работу 2.2.3., где исследуется зависимость коэффициента теплопроводности воздуха от температуры).

Разреженные газы. Пусть газ разрежен настолько, что длина свободного пробега молекул относительно столкновений друг с другом $\lambda = 1/n\sigma$ превосходит характерные размеры системы: $\lambda \gtrsim r$. Тогда молекулы сталкиваются в основном не между собой, а со стенками. При этом теряет смысл понятие температуры как функции координат и, следовательно, градиента температуры, так что закон Фурье (1) становится неприменим. Если в системе есть поверхности, находящиеся при разных температурах, процесс обмена энергией между ними за счёт молекул газа, заполняющего сосуд, принято назы-

* См. *Н.А. Кириченко «Термодинамика, статистическая и молекулярная физика», п. 5.5.* Отметим, что формула (3) даёт правильную *функциональную* зависимость, однако численный коэффициент $\frac{1}{3}$ является результатом ряда приближений. Корректное значение этого коэффициента может быть вычислено методами молекулярно-кинетической теории, однако расчёты даже для простейшей модели твёрдых шариков крайне громоздки и выходят за пределы курса общей физики. См. также замечание в Приложении 1.

† *Эффективное сечение рассеяния (сечение столкновений) σ* — величина, характеризующая вероятность отклонения налетающих частиц при взаимодействии с некоторым рассеивающим центром. В общем случае она определяется как отношение полного потока рассеянных частиц к плотности потока падающих, и имеет размерность площади. В простейшем случае одинаковых твёрдых шариков $\sigma = \pi d^2$, где d — диаметр шариков.

вать *теплопередачей* (возможен также теплообмен за счёт *излучения*). Молекулы при неупругих ударах о нагретую поверхность приобретают среднюю кинетическую энергию, соответствующую температуре этой поверхности; отразившись от неё и не сталкиваясь с другими молекулами, они долетают до холодной поверхности и передают ей избыточную энергию. Отметим, что такое состояние газа является *неравновесным*, поэтому температура самого газа, строго говоря, не определена.

Теплопередача в разреженном газе

Рассмотрим упрощённую модель теплопередачи в цилиндрическом сосуде (колбе) радиуса R и длины L ($L \gg R$), на оси которого натянута тонкая нить радиуса r_n ($r_n \ll R$), см. рис. 1. Пусть температуры колбы и нити равны T_k и T_n соответственно ($T_n > T_k$). Предположим сначала, что длина свободного пробега превосходит радиус колбы $\lambda \geq R$.

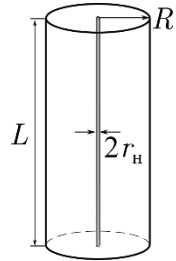


Рис. 1. Геометрия задачи

Все молекулы в пространстве колбы можно разделить на две группы: в зависимости от того, с какой поверхностью — с колбой или с нитью — они испытали последнее неупругое столкновение, их средняя энергия равна $c_V T_k$ либо $c_V T_n$ соответственно. В *стационарном* состоянии потоки частиц, падающих на нить и улетающих от неё, равны. Полный поток падающих на нить частиц составляет*

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v} \cdot S_n,$$

где n — концентрация частиц, \bar{v} — их средняя тепловая скорость, $S_n = 2\pi r_n L$ — площадь поверхности нити. В нашей работе относительный перепад температур мал, $\Delta T \ll T_k$, поэтому при расчёте потока частиц можно не различать средние скорости «горячих» (летающих от нити) и «холодных» (летающих к нити) частиц.

Учтём, что не все столкновения молекул с нитью или стенками колбы являются неупругими (при упругом отражении молекула не передаёт энергию стенке). Для этого введём поправочный множитель s , называемый *коэффициентом аккомодации* (или *коэффициентом прилипания*, англ. *sticking probability*). Он пропорционален вероятности неупругого удара («прилипания»), которая определяется структурой и материалом поверхности и, вообще говоря, может зависеть от T , однако при $\Delta T \ll T$ его можно считать постоянным.

* Здесь мы используем известную формулу $j = \frac{1}{4} n \bar{v}$ для *плотности потока частиц*, падающих на некоторую площадку, см., напр., *Кириченко Н.А.* «Термодинамика, статистическая и молекулярная физика», п. 2.3.9.

Таким образом, суммарный поток энергии от нити к колбе может быть приближённо записан как

$$Q \approx \frac{s}{4} n \bar{v} S_H \cdot c_V (T_H - T_K).$$

Отсюда получаем тепловое сопротивление системы в режиме теплопередачи:

$$\frac{1}{K_T} = \frac{s}{4} \bar{v} n c_V S_H. \quad (5)$$

Важно, что в отличие от случая плотного газа, интенсивность теплопередачи зависит от концентрации газа в колбе n ($K_T \propto 1/n$). То есть, при заданной мощности нагрева Q приращение температуры нити $\Delta T = T_H - T_K$ будет меняться обратно пропорционально n . Отметим также сходство формул (4) и (5): видно, что с точностью до коэффициента порядка единицы

$$\frac{1}{K_T L} \sim \frac{r_H}{\lambda} \kappa \sim r_H \bar{v} \cdot n c_V.$$

Таким образом, в сильно разреженном газе роль длины свободного пробега играет характерный размер задачи (в данном случае, радиус нити r_H).

Наконец, подчеркнём, что как (4), так и (5) дают лишь *оценки* по порядку величины. При этом, однако, они правильно описывают функциональные зависимости от параметров газа (в частности, от концентрации), что позволяет определить значения неизвестных коэффициентов экспериментально.

Общий случай

Рассмотрим теплообмен между нитью и стенками цилиндрической колбы при произвольных значениях концентрации газа.

При больших n длина свободного пробега много меньше диаметра нити, поэтому реализуется режим *теплопроводности*, в котором коэффициент теплопроводности κ не зависит от n . С уменьшением давления в системе $P = nk_B T$ пропорционально уменьшается и концентрация n , так что длина пробега может оказаться больше радиуса нити: $r_H \lesssim \lambda \ll R$ (предел $\lambda \gtrsim R$ в установке не достигается). При этом вблизи нити появится область *теплопередачи* размером $\sim \lambda$, в которой закон Фурье неприменим* (см. рис. 2).

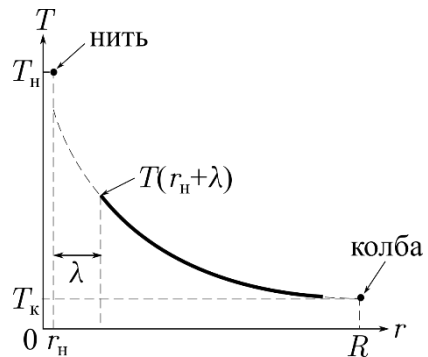


Рис. 2. Распределение температуры в системе

* Аналогичный участок имеется и вблизи поверхности колбы при $R - \lambda \leq r \leq R$, однако его влиянием можно пренебречь, поскольку там мала плотность потока энергии и, следовательно, мал градиент температуры: $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} \ll \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_H}$ (см. далее ф-лу (6)).

Пусть через нить пропускают постоянный ток, так что на ней выделяется известная мощность Q . В *стационарном* состоянии полный поток энергии через любую цилиндрическую поверхность радиуса r должен быть одинаков и равен Q . В области теплопроводности из (2) имеем

$$Q = -2\pi rL \cdot \kappa \frac{dT}{dr} = \text{const.} \quad (r_{\text{н}} + \lambda \lesssim r \leq R) \quad (6)$$

Если перепад температуры между стенками колбы и нитью мал ($\Delta T \ll T_{\text{к}}$), при интегрировании (6) можно пренебречь зависимостью теплопроводности от температуры, положив $\kappa \approx \kappa(T_{\text{к}})$. Тогда получим

$$T(r) - T_{\text{к}} = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r}. \quad (7)$$

В области вблизи нити $r_{\text{н}} \leq r \lesssim r_{\text{н}} + \lambda$ имеем

$$T_{\text{н}} - T(r_{\text{н}} + \lambda) = K_{\text{т}} Q, \quad (8)$$

где $K_{\text{т}}$ — тепловое сопротивление области теплопередачи, определяемое формулой (5), $T(r_{\text{н}} + \lambda)$ — температура газа на границе этой области. Подставив в (7) $r = r_{\text{н}} + \lambda$ и, исключив с помощью (8) промежуточную температуру $T(r_{\text{н}} + \lambda)$, найдём разность температур нити и колбы:

$$\Delta T = Q \left(\frac{1}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r_{\text{н}} + \lambda} + K_{\text{т}} \right). \quad (9)$$

С учётом (5) и (4) эту же формулу можно переписать в виде, в котором видна явная зависимость от концентрации:

$$\Delta T = \frac{Q}{2\pi L} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{R}{r_{\text{н}} + \frac{1}{n\sigma}} + \frac{1}{\frac{5}{4} r_{\text{н}} \bar{v} c_V} \cdot \frac{1}{n} \right). \quad (9')$$

Проанализируем, как правая часть выражения (9) (или (9')) зависит от концентрации. Преобразуем логарифм как

$$\ln \frac{R}{r_{\text{н}} + \lambda} = \ln \frac{R}{r_{\text{н}}} - \ln \left(1 + \frac{\lambda}{r_{\text{н}}} \right).$$

Нетрудно видеть, что второе слагаемое, с одной стороны, малó при больших давлениях ($\lambda \ll r_{\text{н}}$); с другой стороны, при малых давлениях ($\lambda \gg r_{\text{н}}$) слабая логарифмическая зависимость будет незаметна на фоне слагаемого $K_{\text{т}}$, возрастающего, согласно (5), при $n \rightarrow 0$ как $K \propto 1/n$. Поэтому в указанных пределах можно принять, что $\ln \frac{R}{r_{\text{н}} + \lambda} \approx \ln \frac{R}{r_{\text{н}}}$. Учитывая, что непосредственно измеряемой в опыте величиной является давление P , можно представить (9) в следующем максимально упрощённом виде*:

$$\Delta T = Q \left(K_{\infty} + \frac{A}{P} \right), \quad (10)$$

* Более аккуратный анализ зависимости (9) см. в Приложении 1.

где K_∞ и A — константы, которые могут быть определены экспериментально. Величина K_∞ есть тепловое сопротивление системы при высоких давлениях, по его значению может быть вычислен коэффициент теплопроводности газа κ . По значению коэффициента A можно определить коэффициент accommodation s и таким образом найти тепловое сопротивление системы при любом давлении (получите соответствующие выражения самостоятельно).

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 3. Внутренняя полость тонкостенной цилиндрической стеклянной колбы, на оси которой натянута металлическая (платиновая) нить, подсоединена к вакуумной установке. Колба заполнена воздухом и расположена вертикально. Контактные провода от нити выведены наружу через стеклянную вакуумную «слезку».

Диаметр нити $2r_n \sim 0,05$ мм, диаметр колбы $2R \sim 10$ мм ($\ln R/r_n \approx 5,3$), длина нити $L \sim 20$ см (точные значения указаны на установке).

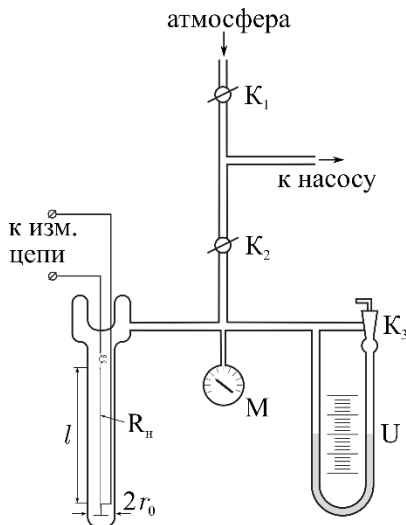


Рис. 3. Вакуумная часть экспериментальной установки

Вакуумная установка состоит из форвакуумного насоса, стрелочного вакуумметра M и U -образного масляного манометра. Вакуумметр служит для измерения высоких давлений вплоть до ~ 10 торр* (он показывает разность давлений между установкой и атмосферой, так что нуль на его шкале соответствует атмосферному давлению в установке). U -образный манометр заполнен маслом с плотностью $\rho_M = 0,885$ г/см³ и предназначен для измерения

* 1 торр = 1 мм. рт. ст. = 133,3 Па

низких давлений (вплоть до $\sim 0,1$ торр). Кран K_1 служит для соединения установки и насоса с атмосферой, кран K_2 — для отсоединения откачиваемого объёма от насоса, кран K_3 — для соединения колен U-образного манометра.

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). В рабочем диапазоне температур ($20\text{--}40$ °C) сопротивление платины зависит от температуры практически линейно:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha_0 t), \quad (11)$$

где t — температура в [°C], R_0 — сопротивление при 0 °C, и

$$\alpha_0 = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt} = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

— температурный коэффициент сопротивления платины в указанном диапазоне.

Электрическая схема установки приведена на рис. 4. Для измерения сопротивления нити R_n используется четырёхпроводная схема. По двум проводам (токовая пара I_+ и I_-) через сопротивление пропускается измерительный ток, а два других (потенциальная пара U_+ и U_-) используются для параллельного подключения вольтметра. Ток I через сопротивление и напряжение U на нём измеряются цифровыми мультиметрами, один из которых работает в режиме амперметра, а другой — вольтметра. Сопротивление находится по закону Ома: $R_n = U/I$. Те же измерения позволяют определить мощность нагрева проволоки: $Q = UI$. Ток в цепи регулируется с помощью магазина сопротивлений, включённого последовательно с источником тока. Для предотвращения перегорания нити в цепь включено дополнительное сопротивление (10 Ом). Напряжение на источнике питания 2 В не рекомендуется менять в процессе измерений.

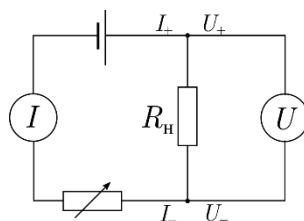


Рис. 4. Электрическая схема измерений

Методика измерений

Поскольку относительное изменение сопротивления невелико ($\Delta R_n/R_n \sim \sim 0,4\%$ при $\Delta t = 1$ °C), измерение R_n важно провести с хорошей точностью. Чувствительность мультиметров позволяет измерять ток и напряжение с точностью не менее 4 значащих цифр, что, как видно, для наших целей вполне достаточно. Важно, что измерительный ток не течёт по потенциальным проводам (в случае идеального вольтметра), поэтому их сопротивление не вносит ошибку в измерение R_n . На практике внутреннее сопротивление вольтметра составляет 1–100 МОм, что при измеряемом сопротивлении $R_n \sim 10$ Ом вносит ошибку, не превышающую 10^{-5} . Нетрудно видеть, что внутреннее сопротивление амперметра при выбранной схеме подключения не влияет на результат вовсе.

Принципиально неустранимая систематическая ошибка измерения температуры с помощью термометра сопротивления возникает из-за необходимости пропускать через резистор (нить) измерительный ток. Чем этот ток выше, тем с большей точностью будет измерен как он сам, так и напряжение. Однако при этом квадратично возрастает выделяющаяся на резисторе мощность $Q = UI$. Следовательно, температура резистора становится выше, чем у объекта, температуру которого надо измерить. Измерения же на малых токах не дают достаточной точности. Эта проблема решается построением *нагрузочной кривой* — зависимости измеряемого сопротивления R от выделяющейся в нём мощности $R(Q)$, с последующей экстраполяцией к нулевой мощности $Q \rightarrow 0$ для определения сопротивления $R(0)$, при котором его температура равна температуре измеряемого объекта. Кроме того, в данной работе измерение нагрузочных кривых позволяет исключить влияние изменения температуры колбы в ходе эксперимента, так как при $Q \rightarrow 0$ температуры нити и колбы совпадают.

В настоящем эксперименте предлагается провести серию измерений перегрева нити относительно стенок сосуда $\Delta T(Q)$ в зависимости от мощности нагрева Q при различных давлениях P в системе. Аппроксимируя зависимости $\Delta T(Q)$ прямыми линиями, определить полное тепловое сопротивление системы $K = \frac{dT}{dQ}$ при разных P ; проверить справедливость зависимости (10) и определить коэффициенты A и K_{∞} , откуда получить значения коэффициента теплопроводности воздуха κ при высоких давлениях и значение коэффициента аккомодации s . По найденным коэффициентам определить предельный вакуум, достижимый при откачке форвакуумным насосом.

Отметим два обстоятельства, которые могут привести к нарушению зависимости (10). Это а) остаточное давление воздуха, десорбирующегося из масляного манометра, а также давление паров самого масла; и б) охлаждение нити за счёт излучения. Первое обстоятельство приводит к тому, что измеряемое давление оказывается меньше реального на некоторую неизвестную величину $P_{\text{ост}}$, что особенно заметно проявляется (как?) при малых P . Мощность же, излучаемая с поверхности нити, может быть найдена по закону Стефана–Больцмана:

$$Q_{\text{изл}} = \epsilon S_{\text{н}} \sigma_{\text{С}} (T_{\text{н}}^4 - T_{\text{к}}^4) \approx 4\epsilon S_{\text{н}} \sigma_{\text{С}} T_{\text{к}}^3 \Delta T, \quad (12)$$

где $\sigma_{\text{С}} = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) — постоянная Стефана–Больцмана, ϵ — безразмерный коэффициент «черноты» (для платины $\epsilon \approx 0,04$). Проводя вычисления и сравнивая выражение для $Q_{\text{изл}}$ мощностью с теплопередачи за счёт газа (5), нетрудно убедиться, что вплоть до давлений $\sim 10^{-1}$ торр излучением можно пренебречь, однако уже при давлении 10^{-2} торр вклад излучения в теплоперенос может быть заметным.

ЗАДАНИЕ

Подготовка к эксперименту

1. Проведите предварительные расчёты параметров опыта. Приняв газокинетический диаметр молекул равным $d \sim 3,5 \text{ \AA}$, оцените длину свободного пробега молекул при атмосферном давлении $\lambda_{\text{атм}}$ ($\lambda \sim \frac{1}{n\sigma}$, $\sigma \sim \pi d^2$). Оцените, при каком давлении P_1 длина свободного пробега сравняется с радиусом нити: $\lambda(P_1) \sim r_{\text{н}}$. Выразите соответствующее давление в единицах высоты масляного столба.

2. Подберите 4–5 значения P , так чтобы обратная величина лежала приблизительно равномерно на отрезке $\frac{1}{P_{\text{атм}}} \leq \frac{1}{P} \leq \frac{1}{P_1}$, и 6–7 значения давления на отрезке $\frac{1}{P_1} \leq \frac{1}{P} \leq \frac{1}{P_{\text{мин}}}$ (всего не менее 10 точек, включая $P_{\text{атм}}$ и $P_{\text{мин}}$), где $P_{\text{мин}}$ — минимальное значение давления, которое может быть измерено с удовлетворительной точностью (~ 7 – 8 мм масляного столба*).

3. Запишите значение атмосферного давления $P_{\text{атм}}$ по барометру и температуру в комнате $t_{\text{к}}$ по термометру, расположенному возле установки (в процессе работы периодически проверяйте значение комнатной температуры).

4. Убедитесь, что перед началом эксперимента установка находится под вакуумом (стрелка вакуумметра в положении « -1 атм»). При этом кран K_1 открыт (насос соединён с атмосферой), K_2 — закрыт (установка изолирована от атмосферы), K_3 — открыт (оба колена масляного манометра соединены).

Краны (кроме стеклянных) закрывают поворотом рукоятки до упора по часовой стрелке; открывают — против часовой. Хорошая практика при работе с вакуумными установками состоит в том, чтобы, полностью открыв кран, повернуть рукоятку на пол-оборота по часовой стрелке. Перед любым действием с краном следует сначала попробовать закрыть его — если кран вращается свободно, значит он открыт.

Стеклянные краны следует поворачивать, слегка прижимая их к установке. Положение отверстия в кране как правило определяется направлением ручки крана.

5. Запустите воздух в установку, медленно открывая кран K_2 (показания стрелочного вакуумметра должны меняться плавно). Для дальнейшей работы рекомендуется заранее «нащупать» положение K_2 , в котором он становится открыт.

Включите в сеть цифровые мультиметры. Установите амперметр в режим измерения постоянного тока (mA), а вольтметр — постоянного напряжения

* Остаточное давление масла, залитого в форвакуумный насос, составляет $5 \cdot 10^{-2}$ торр $\approx 0,75$ мм. масл. ст.

(mV). На магазине сопротивлений установите значение 1 кОм. Включите источник питания (напряжение источника 2 В не менять!).

Проведение измерений

6. При атмосферном давлении измерьте зависимость сопротивления нити $R = U/I$ от подаваемой на неё мощности $Q = UI$ (нагрузочную кривую $R(Q)$). Измерения проведите для 7–8 значений тока в диапазоне $10 \div 70$ мА (ток в цепи изменяется регулировкой магазина сопротивлений). После каждого изменения тока *дождитесь установления теплового равновесия*: показания мультиметров должны быть стационарны (флуктуировать вблизи постоянного значения).

В дальнейшем по окончании измерений каждой нагрузочной кривой возвращайте значение магазина сопротивлений на 1 кОм.

7. Экстраполируя полученную в п. 6 зависимость к нулевому значению мощности, определите сопротивление нити R_k при комнатной температуре t_k (расчёты должны быть проведены параллельно с выполнением следующего пункта задания). Пользуясь формулой (11), определите константу R_0 (сопротивление при $t = 0$ °С). Рассчитайте сопротивление R_{\max} , соответствующее нагреву нити относительно стенок на $\Delta t_{\max} = 30$ °С, и при дальнейших измерениях старайтесь не переходить за это значение.

8. Откачайте установку до предельного вакуума. Для этого закройте краны K_1 и K_2 (K_3 — открыт!) и включите насос. Через 20 секунд работы насоса плавно откройте кран K_2 , наблюдая за откачкой по стрелочному вакуумметру. Предельное давление ($\sim 10^{-2}$ торр) достигается при работе насоса в течение 15–20 мин.

9. Когда предельное давление достигнуто, приведите масляный манометр в рабочее положение, закрыв кран K_3 . Несколько минут наблюдайте за показаниями масляного манометра, продолжая откачку. Если уровень масла в опорном колене растёт (происходит десорбция воздуха из масла), откройте кран K_3 , подождите 2–3 минуты и вновь закройте его.

Убедившись, что показания масляного манометра больше не меняются, остановите откачку, плотно закрыв кран K_2 , затем выключите насос и сразу же соедините его с атмосферой, открыв кран K_1 .

Внимание!

После выключения насоса всегда соединяйте его с атмосферой для предотвращения попадания масла из насоса в установку.

10. Проведите измерения по п. 6 при давлениях воздуха, рассчитанных в п. 2, двигаясь от малых давлений к большим. Особенно тщательно проведите измерения при малых давлениях $P \lesssim P_1$, чтобы «уловить» смену механизмов

теплопереноса. Убедившись, что нагрузочная кривая при минимальном давлении линейна, в дальнейшем можно ограничиться меньшим количеством точек на нагрузочных кривых до 4–5.

Для напуска воздуха **очень осторожно** приоткрывайте кран K_2 . При необходимости откачивайте избыточное давление насосом. При давлениях более 200 мм масляного столба (~ 15 торр) уравнивайте давления в коленах масляного манометра, открыв кран K_3 . Далее измерения давления проводите только стрелочным вакуумметром.

Внимание!

Слишком большой перепад давления в системе при закрытом кране K_3 приведёт к выбросу масла из манометра и выводу установки из строя.

11. *Измерьте предельное давление в системе. Для этого предварительно оцените по формуле (5) полное тепловое сопротивление системы K при $P \sim 10^{-2}$ торр, и рассчитайте мощность, необходимую для нагрева нити в этих условиях на $\Delta t \sim 30$ °С. Откачайте установку до предельного вакуума, предварительно убедившись, что ток через нить отсутствует. Измерьте нагрузочную кривую, постепенно увеличивая мощность до рассчитанного значения (будьте осторожны: даже при небольшой мощности нить может сильно перегреться).

12. После завершения измерений выключите блок питания и цифровые мультиметры; на магазине сопротивления установите сопротивление 1 кОм. Если в установке есть воздух, откачайте её (установка должна быть законсервирована «под вакуумом»). После откачки закройте кран K_2 , отключите насос и соедините его с атмосферой краном K_1 . Сообщите лаборанту об окончании работы.

Обработка результатов измерений

13. Для каждого давления P постройте графики зависимости температуры нити от мощности $T_n(Q)$. Убедитесь в линейности полученных зависимостей. Проведите наилучшие прямые и определите точки их пересечения с осью ординат $T_n(0)$ (они соответствуют температуре внутренней стенки колбы) и угловые коэффициенты $K = \frac{dT_n}{dQ}$ (тепловое сопротивление). Оцените погрешности найденных значений.

Обратите внимание, что температура внутренней стенки колбы может отличаться от температуры в комнате (почему?).

14. По результатам расчётов предыдущего пункта проанализируйте зависимость теплового сопротивления системы K от давления P . Постройте

* Обязательный пункт. Выполняется по указанию преподавателя.

график $K(P)$ в логарифмическом масштабе по оси абсцисс и убедитесь в существовании области, где теплопередача не зависит от давления ($K = \text{const}$), и области резкого возрастания теплового сопротивления $K \propto 1/P$. По графику определите коэффициент теплопроводности воздуха κ . Сравните результат с табличным и с оценкой по формуле (4).

Постройте график в координатах $K(1/P)$. Проверьте, является ли эта зависимость линейной. С чем могут быть связаны отклонения? Постройте наилучшую прямую и определите коэффициенты A и K_∞ в уравнении (10). По значению наклона A рассчитайте коэффициент аккомодации s . Оцените погрешности результатов.

15. *По результатам измерения по п. 10 оцените предельное давление в установке $P_{\text{пр}}$. Учтите, что при давлениях менее 0,1 торр становится значимым вклад излучения (см. формулу (12)).

16. *Выполните анализ графика $K(1/P)$ согласно Приложению 1. По результатам уточните значение коэффициента аккомодации s , определите числовой множитель в выражении (4') и рассчитайте эффективное сечение рассеяния σ молекул воздуха друг на друге.

Вопросы к сдаче работы

1. Сформулируйте закон Фурье и укажите границы его применимости.
2. Что такое длина свободного пробега молекул газа? Какие значения может принимать длина свободного пробега в работе?
3. Что такое сечение столкновения? По экспериментальному значению коэффициента теплопроводности оцените сечение столкновений молекул воздуха друг на друге.
4. Получите приближённое выражение для коэффициента теплопроводности идеального газа (4).
5. При каких условиях теплопроводность воздуха не зависит от концентрации? Оцените соответствующие давления в условиях настоящей работы.
6. Получите выражение для теплового сопротивления разреженного газа (5) в условиях, когда длина пробега превосходит диаметр колбы.
7. Что такое тепловое сопротивление? Нарисуйте эквивалентную электрическую схему теплообмена между колбой и нитью с учётом всех известных вам механизмов.
8. Какие преимущества даёт четырёхпроводная схема измерения сопротивления? Какие ещё схемы измерения сопротивления возможны?
9. Что такое нагрузочные кривые и для чего они используются в термометрии?
10. Оцените относительный вклад теплопередачи за счёт излучения в условиях опыта.
11. Как учесть влияние остаточного давления в опорном колене масляного манометра? В чём оно проявляется?

* Необязательный пункт. Выполняется по указанию преподавателя.

Приложение 1

Проанализируем подробнее уравнение (9) (или (9')). Рассмотрим случай, когда длина пробега достаточно велика, но всё же не превосходит радиус нити, $\lambda = \frac{k_B T}{P\sigma} \lesssim r_H$.

Найдём наклон графика $K(1/P)$ с учётом слагаемого, содержащего логарифм. Выражая из (9') $K = \Delta T/Q$ и дифференцируя результат по $\frac{1}{P} = \frac{1}{nk_B T}$, получим

$$\frac{dK}{d(P^{-1})} = \frac{k_B T}{S_H} \left(\frac{4}{s\bar{v}c_V} - \frac{1}{\kappa\sigma} \frac{1}{1 + \lambda/r_H} \right).$$

Воспользуемся выражением для коэффициента теплопроводности газов (4) в следующем виде:

$$\kappa = a \frac{\bar{v}c_V}{\sigma}, \quad (4')$$

где a — коэффициент порядка единицы*. Если ввести, как это сделано при записи формулы (10), обозначение $A = \frac{4}{s\bar{v}c_V} \frac{k_B T}{S_H}$, полученное выше выражение можно переписать в следующем виде:

$$\frac{dK}{d(P^{-1})} = A \left(1 - \frac{s}{4a} \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{r_H}} \right) \quad (13)$$

Отсюда видно, что на участке графика $K(1/P)$, где длина свободного пробега недостаточно велика, $\lambda \lesssim r_H$, наклон графика может довольно существенно отличаться от такового в пределе $P \rightarrow 0$. В частности, на начальном участке графика (при $\lambda \ll r_H$) наклон равен

$$A' \approx A \left(1 - \frac{s}{4a} \right),$$

* Как правило, в учебниках по общей физике приводится выражение(4), в котором $a = \frac{1}{3}$ (и аналогичные выражения для коэффициентов диффузии и вязкости). Однако на практике опираться на это значение нельзя, поскольку оно получается с использованием довольно грубых теоретических предположений. В частности, даже претендующий на строгость вывод в классическом ученике Д.В. Сивухина, опирается на следующее:

- молекулы передают энергию друг другу ровно за одно столкновение;
- длина свободного пробега не зависит от скорости молекулы;
- средняя энергия частиц, переносимая в заданном направлении, не зависит от скорости частиц (что неверно для поступательной энергии, см., напр., задачу о средней энергии частиц, вылетающих из отверстия)

Аккуратный учёт каждого из этих пунктов даёт дополнительный множитель порядка единицы. Сравнение (4) с результатами точных расчётов (см., напр., *В.П. Силин* «Введение в кинетическую теорию газов», §13) и экспериментом показывает, что она даёт оценку, заниженную в 1,5–2,5 раза, в зависимости от сорта газа.

где A — наклон, который должен определяться по «дальному» участку, соответствующему $\lambda \gg r_H$.

Сравнение наклонов $K(1/P)$ при высоких и низких давлениях позволяет, в принципе, определить значение числового множителя a в формуле коэффициента теплопроводности (4'), а значит, и эффективное сечение рассеяния σ молекул воздуха друг на друге.

22.03.2018