МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 1.3.3

ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО ТЕЧЕНИЮ В ТОНКИХ ТРУБКАХ

Составитель:
Попов П.В.

Из лаборатории не выносить!

Электронная версия доступна на сайте кафедры общей физики
physics.mipt.ru/S_II/lab

Долгопрудный 2020

Лабораторная работа 1.3.3

Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

Теоретические сведения

Работа посвящена изучению течения воздуха по прямой трубе круглого сечения. Движение жидкости или газа* вызывается перепадом внешнего давления на концах ΔP трубы, чему в свою очередь препятствуют силы вязкого («внутреннего») трения, действующие между соседними слоями жидкости, а также со стороны стенок трубы.

Сила вязкого трения как в жидкостях, так и в газах описывается *законом Ньютона*: касательное напряжение между слоями пропорционально перепаду скорости течения в направлении, поперечном к потоку. В частности, если жидкость течёт вдоль оси x, а скорость течения $v_x(y)$ зависит от координаты y, в каждом слое возникает направленное по x касательное напряжение

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}. \tag{1}$$

Величину η называют *коэффициентом динамической вязкости* (или просто *вязкостью*) среды.

*Объёмным расходом (*или просто *расходом)* Q называют объём жидкости, протекающий через сечение трубы в единицу времени. Величина Q зависит от перепада давления ΔP, а также от свойств газа (плотности ρ и вязкости η) и от геометрических размеров (радиуса трубы R и её длины L). Основная задача данной работы — исследовать эту зависимость экспериментально.

Характер течения в трубе может быть *ламинарным* либо *турбулентным*. При ламинарном течении поле скоростей $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ образует набор непрерывных *линий тока*, а слои жидкости не перемешиваются между собой. Турбулентное

* Термин «жидкость» в гидродинамике обычно используется для обозначения всех *текучих сред* (англ. *fluid*). Помимо жидкостей в узком смысле слова, то есть веществ в жидком агрегатном состоянии (англ. *liquid*), к таковым относятся также и газы.

течение характеризуется образованием *вихрей* и активным *перемешиванием* слоев, при этом даже в стационарном течении в каждой точке имеют место существенные *флуктуации* скорости течения и давления.

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — *числом Рейнольдса*:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u a}{\eta}, \tag{2}$$

где ρ — плотность среды, u — характерная скорость потока, η — коэффициент вязкости среды, a — характерный размер системы (размер, на котором существенно меняется скорость течения). Это число имеет смысл отношения кинетической энергии движения элемента объёма жидкости к потерям энергии из-за трения в нём $\mathrm{Re} \sim K/A_{\text{тр}}$. При достаточно малых Re в потоке доминируют вязкие силы трения и течение, как правило, является ламинарным. С ростом числа Рейнольдса может быть достигнуто его *критическое* значение $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$, при котором характер течения сменяется с ламинарного на турбулентный.

Из опыта известно, что переход к турбулентному течению по трубкам круглого сечения наблюдается при $\mathrm{Re}_{\text{кр}} \approx 10^3$ (здесь в качестве u выбрана *средняя* скорость потока, определяемая через полный расход Q как $\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2}$, а в качестве характерного размера — радиус трубы R). Стоит отметить, что значение $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ не является универсальным и зависит от геометрии задачи: например, при обтекании сферических или цилиндрических тел потоком жидкости оно составляет всего несколько десятков ($\mathrm{Re}_{\text{кр}} \sim 10 \div 20$).

В целях упрощения теоретической модели течение газа в условиях эксперимента можно считать *несжимаемым*, то есть принять плотность среды постоянной: $\rho = \mathrm{const}$. Для газов такое приближение допустимо, если относительный перепад давления в трубе мал $\Delta P \ll P$, а скорость течения значительно меньше скорости звука (*число Маха* много меньше единицы). В нашем опыте максимальная разность давлений составляет ~ 30 см водного столба (3 кПа), что составляет $\sim 3\%$ от атмосферного давления, причем в «рабочем» (ламинарном) режиме перепад в несколько раз меньше ($\sim 5 \div 10$ см вод. ст.).

Течение Пуазейля. Из опыта известно, что при достаточно малых числах Рейнольдса течение в прямой трубе с гладкими стенками имеет ламинарный характер. В таком случае задача о течении жидкости имеет простое аналитическое решение.

Направим ось x вдоль трубы по направлению потока. В ламинарном потоке скорость течения среды u будет направлена всюду по x (линии тока параллельны стенкам трубки), а давление постоянно в пределах любого сечения и зависит только от продольной координаты $P(x)$. Будем искать частное решение — *установившееся* течение, в котором профиль скорости $u(r)$ (распределение скорости в зависимости от расстояния до оси r) одинаков в любом поперечном сечении, то есть не зависит от x.

Выделим соосный трубе цилиндр некоторого радиуса r и длины dx (см. Рис. 1). Поскольку при *стационарном* течении жидкость течёт *без ускорения*, сумма всех сил, действующих на жидкость в цилиндре, должна быть равна нулю. На жидкость внутри цилиндра действует направленная вдоль оси трубы сила

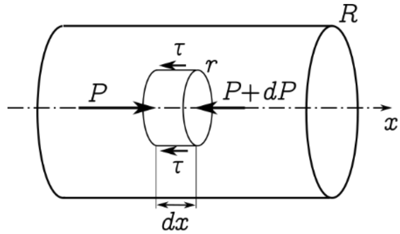


Рис. 1. К выводу формулы Пуазейля

$$F_{1x} = -dP \cdot \pi r^2,$$

где $dP = P(x + dx) - P(x) < 0$ — разность давлений в сечениях на торцах выделенного участка. На боковые поверхности цилиндра действует касательная сила вязкого трения

$$F_{2x} = -\tau \cdot 2\pi r dx,$$

где согласно закону Ньютона (1) касательное напряжение равно

$$\tau = -\eta \frac{du}{dr}.$$

Из условия баланса сил $F_{1x} + F_{2x} = 0$ находим

$$\frac{dP}{dx} = -\eta \frac{2}{r} \frac{du}{dr}. \qquad (3)$$

В установившемся течении правая часть полученного выражения является функцией только радиуса r. В левой части (3) находится *градиент* давления, который не зависит от r вовсе, и, следовательно, обе части уравнения (3) являются *константами*. Тогда, проводя интегрирование, приходим к следующему. Во-первых, давление в трубе является линейно убывающей функцией координаты

$$P(x) = P_0 - \frac{\Delta P}{l} x, \qquad (4)$$

где ΔP — перепад давления на участке длиной l, P_0 — давление в начале участка (в точке $x = 0$). Во-вторых, профиль скорости является параболической функцией с максимумом на оси трубы

$$u(r) = u_{\max} - \frac{\Delta P}{4l} r^2.$$

Для нахождения константы интегрирования $u_{\max}$ необходимо дополнительно задать *граничное условие.* Для течения вязкой жидкости обычно используют так называемое *условием прилипания*: касательная скорость потока вблизи стенок считается равной скорости движения самих стенок. Физически это означает, что на молекулярном уровне стенки являются шероховатыми, так что при ударе о них молекулы в среднем полностью теряют направленную x-компоненту импульса. В рассматриваемой задаче стенки неподвижны, поэтому имеем

$$u|_{r=R} = 0. \tag{5}$$

Отсюда находим $u_{\max} = \frac{\Delta P}{4L} R^2$ и профиль скорости

$$u(r) = \frac{\Delta P}{4l}(R^2 - r^2). \tag{6}$$

Наконец, интегрируя $u(r)$ по сечению трубы, получим объёмный расход жидкости в зависимости от перепада давления на концах:

$$Q = \int_0^R u(r) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}. \tag{7}$$

Это соотношение называют *формулой Пуазейля**. Заметим, что средняя скорость потока при пуазейлевском течении, как видно из (7), оказывается вдвое меньше максимальной:

$$\bar{u} \equiv \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{u_{\max}}{2}.$$

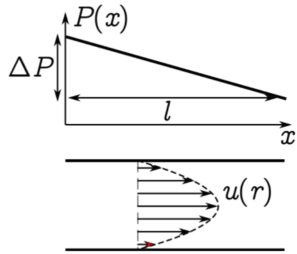


Рис. 2. Распределение давления и скорости течения Пуазейля в трубе

Формула Пуазейля (7) позволяет найти вязкость газа по зависимости расхода от перепада давления в трубе и используется в качестве основной расчётной формулы в данной работе.

Длина установления. Пусть на вход трубы поступает течение, распределение скоростей которого не является пуазейлевским (например, распределение скоростей равномерное, как на Рис. 3). Ясно, что профиль течения (6) не может установиться сразу, а реализуется лишь на некотором расстоянии $l_{\text{уст}}$ от начала трубы. Оценим эту длину по порядку величины.

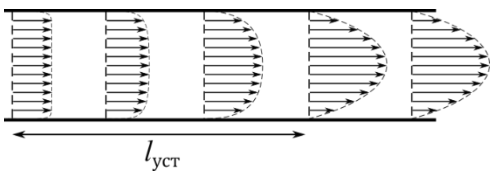


Рис. 3. Формирование установившегося течения (в ламинарном режиме)

* Закон впервые установлен экспериментально Г. Хагеном в 1839 и независимо Ж.Л. Пуазейлем в 1841 г. Теоретический вывод был дан Дж. Стоксом в 1845 г.

Рассмотрим слой жидкости толщиной dx в поперечном сечении трубы. Кинетическая энергия, запасённая в нём, составляет

$$K \sim \frac{1}{2}\rho u^2 \cdot \pi R^2 dx.$$

Работу, которую совершат вязкие силы трения по перемещению этого слоя на расстояние l, можно оценить как

$$A_{\text{тр}} \sim \eta \frac{du}{dr} \cdot 2\pi R dx \cdot l.$$

Для перепада скоростей воспользуемся оценкой* $\frac{du}{dr} \sim \frac{\Delta u}{R} \sim \frac{u}{R}$. Наконец, примем, что работа сил трения, необходимая для перераспределения скоростей, по порядку величины равна кинетической энергии $K \sim A_{\text{тр}}$. Тогда, отбрасывая численные коэффициенты порядка единицы, получаем грубую оценку для длины установления:

$$l_{\text{уст}} \sim \frac{\rho u R^2}{\eta} = R \cdot \mathrm{Re}.$$

Точный численный коэффициент здесь аналитически установить затруднительно (к тому же, он зависит от вида начального распределения $u(r)$). Как показывает опыт, этот коэффициент можно с удовлетворительной точностью принять равным 0,2:

$$l_{\text{уст}} \approx 0{,}2R \cdot \mathrm{Re}. \tag{8}$$

Заметим, что если длина трубы мала по сравнению с $l_{\text{уст}}$, то работой сил трения в ней можно пренебречь и течение в ней будет описываться не формулой Пуазейля, а уравнением Бернулли (при условии, что течение останется ламинарным).

Экспериментально длину установления можно определить, измеряя распределение давления вдоль трубки $P(x)$. На неустановившемся участке будет наблюдаться отклонение от линейного закона (4), и при том же расходе Q градиент давления $\Delta P/l$ будет больше (почему?), чем следует из формулы Пуазейля.

Вязкость газов. Рассмотрим механизм возникновения вязкости *в газах*. Молекулы газа участвуют как в *направленном* движении со средней скоростью потока u, так и в *хаотическом* тепловом движении, характеризующимся средней *тепловой* скоростью $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_{\text{Б}}T}{\pi m}}$ (здесь m — масса молекулы). Моле-

---

* Данная оценка справедлива по порядку величины для довольно широкого класса не слишком быстро меняющихся функций. Например, для произвольной степенной зависимости $u = Ar^{\alpha}$ имеем $\frac{du}{dr} = \alpha A r^{\alpha-1} = \alpha \frac{u}{r} \sim \frac{u}{r}$.

кулы могут свободно перемещаться между слоями и обмениваться друг с другом импульсами при столкновениях. Если в двух соседних слоях потоковые скорости различны, то такой обмен импульсом и приводит к эффективному возникновению силы трения между слоями.

Исходя из приведенных соображений можно получить* следующую оценку для коэффициента вязкости идеального газа:

$$\eta \sim \frac{1}{3}\rho\bar{v}\lambda, \tag{9}$$

где λ — *длина свободного пробега* молекул газа относительно столкновений друг с другом. Как известно из молекулярно-кинетической теории, длина пробега определяется эффективным («газокинетическим») диаметром молекул d как $\lambda \sim 1/(n\pi d^2)$, где n — объёмная концентрация газа. Видно, что λ обратно пропорциональна плотности газа, поэтому, как следует из (9), вязкость газа *не зависит от его плотности* и определяется только температурой T. Данный вывод может показаться парадоксальным, поскольку в более плотном газе большее число молекул должно участвовать в передаче импульса между слоями, однако это компенсируется тем, что этот импульс передается на меньшее расстояние.

Заметим также, что закон Ньютона (1) и формула (9) для газов применимы, только когда скорость потока мала по сравнению с тепловой $u \ll \bar{v}$, а характерные размеры системы значительно превышают длину свободного пробега молекул (т.е. система не находится в состоянии высокого вакуума).

Анализ по размерности. Рассмотрим задачу о течении по трубе при произвольных числах Рейнольдса с точки зрения теории размерностей.

Перечислим параметры задачи о несжимаемом течении жидкости или газа по прямой трубе круглого сечения с указанием их физических размерностей: плотность $[\rho] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right]$, радиус трубы $[R]$ =[м], вязкость $[\eta] = [\text{Па}\cdot\text{с}] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}\right]$, расход $[Q] = \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}}\right]$, разность давлений $[\Delta P] = [\text{Па}] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}^2}\right]$ и длина рассматриваемого участка трубы $[l] = [\text{м}]$. Если течение является *установившимся*, то его усредненные характеристики одинаковы в любом поперечном сечении и, следовательно, могут зависеть только от перепада давления на единицу длины трубы, то есть от комбинации $\psi = \Delta P/l$, $[\psi] = \left[\frac{\text{Па}}{\text{м}}\right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\cdot\text{с}^2}\right]$. Также вместо расхода Q можно использовать среднюю скорость потока $\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2}$, $[\bar{u}] = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right]$.

Из параметров ρ, r, η, $\bar{u}$ и $\Delta P/l$ можно составить ровно две *независимые* безразмерные комбинации. В качестве таковых можно взять число Рейнольдса

* См., например, «Лабораторный практикум по общей физике. Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика» / под ред. А. Д. Гладуна. — М.: МФТИ, 2012. — Раздел II.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\bar{u}R}{\eta} \qquad (10)$$

и, например, следующее отношение

$$\tilde{\psi} = \frac{R}{l}\frac{\Delta P}{\rho\bar{u}^2}. \qquad (11)$$

Использованную здесь величину $\rho\bar{u}^2$, имеющую размерность давления, называют *скоростным напором* — она имеет смысл потока импульса, переносимого жидкостью через сечение трубы в единицу времени. Соответственно, параметр $\tilde{\psi}$ — это отношение перепада давления в трубе к скоростному напору.

Как следует из теории размерностей, любая зависимость параметров задачи друг от друга должна быть представима в виде функции этих безразмерных параметров. Следовательно, в самом общем виде связь скорости течения и перепада давления представима как

$$\tilde{\psi} = C(\mathrm{Re}), \quad \text{или} \quad \frac{\Delta P}{l} = C(\mathrm{Re}) \cdot \frac{\rho\bar{u}^2}{R}, \qquad (12)$$

где C — некоторая произвольная функция числа Рейнольдса*.

Отметим, что хотя теория размерностей сама по себе не может дать конкретный вид физического закона (функцию C), она, как правило, позволяет значительно уменьшить число степеней свободы задачи: в частности, нам удалось сократить количество независимых переменных с четырех до одной, что существенно упрощает как теоретическое, так и экспериментальное исследование задачи†.

Для нахождения функции C необходимо привлечение дополнительных соображений — экспериментальных или теоретических. Пусть, например, из опыта известно, что расход прямо пропорционален перепаду давления $Q \propto \Delta P$. Тогда нетрудно видеть, что функция $C(\mathrm{Re})$ должна иметь вид $C \propto \frac{1}{\mathrm{Re}}$, и мы получаем закон Пуазейля (7) с точностью до численного множителя:

$$\frac{\Delta P}{l} = \mathrm{const} \cdot \frac{\eta}{\rho\bar{u}R} \cdot \frac{\rho\bar{u}^2}{R} \quad \rightarrow \quad Q = \mathrm{const} \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta P}{l}. \qquad (13)$$

Для турбулентного режима строго обоснованного теоретического выражения для функции $C(\mathrm{Re})$ не существует. Кроме того, как показывает опыт, эта функция существенно зависит от степени шероховатости стенок. Мы рассмотрим простейшую модель: предположим, что при больших числах Рейнольдса

---

* Формула (12) известна в гидродинамике как *закон Дарси–Вейсбаха*. Величину C называют *коэффициентом Дарси*, а комбинацию $CL/2R$ — *гидравлическим сопротивлением* трубы.

† Возможность такого упрощения — следствие масштабной инвариантности физических законов. Подробнее см., например, *Сивухин Д.В.* «Общий курс физики. Т. 1. Механика» — Гл. XI, а также § 98, 101.

$\mathrm{Re} \gg \mathrm{Re}_{кр}$ жидкость можно считать практически идеальной, так что параметры её течения не зависят от коэффициента вязкости. Тогда, чтобы явная зависимость от η пропала, функция C должна стремиться при $\mathrm{Re} \to \infty$ к некоторой константе $C \approx \mathrm{const}$. Отсюда находим

$$\frac{\Delta P}{l} = \mathrm{const} \cdot \frac{\rho \bar{u}^2}{R} \quad \to \quad Q = \mathrm{const} \cdot R^{5/2} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}. \qquad (14)$$

Заметим, что в частном случае $l \sim R$ это результат соответствует закону Бернулли для истечения жидкости из отверстия $Q \sim R^2\sqrt{\Delta P/\rho}$. Ниже будут приведены дополнительные физические соображения в пользу (14).

Турбулентность. Ламинарная картина течения наблюдается при относительно малых числах Рейнольдса, когда вязкие силы достаточны для того, чтобы погасить любые случайно возникшие возмущения потока. При превышении некоторого *критического числа Рейнольдса* $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$ течение Пуазейля становится *неустойчивым*. В потоке начинают рождаться *вихри*, которые затем сносятся вниз по трубе (при докритических числах Рейнольдса такие вихри быстро затухают за счёт вязкости). С дальнейшим увеличением Re количество вихрей возрастает и, взаимодействуя между собой, они порождают вихри всё меньшего размера, создавая таким образом сложную многомасштабную картин течения. Эта картина радикально отличается от ламинарной: в ней отсутствуют непрерывные линии тока, а слои жидкости постоянно *перемешиваются*. Течение становится практически *непредсказуемым*, а скорость и давление испытывают значительные случайные *флуктуации*.

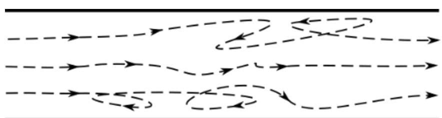


Рис. 4. Пример траекторий частиц жидкости при турбулентном течении

Стоит отметить, что несмотря на существенный прогресс за последнее столетие как в теории, так и в вычислительной технике, проблема теоретического описания и численного моделирования развитой гидродинамической турбулентности до сих пор остаётся открытой! Тем не менее, применительно к конкретным системам могут быть построены *полуэмпирические* модели, дающие на практике приемлемые результаты.

В качестве примера воспользуемся аналогией с молекулярно-кинетической теорией и рассмотрим следующую упрощенную модель турбулентного течения. Примем, что флуктуации скорости в развитом турбулентном течении по порядку величины совпадают со средней скоростью потока $\Delta u \sim \bar{u}$. При этом элементы жидкости практически равномерно перемешиваются по сечению трубы, так что в качестве «длины пробега» жидкой частицы можно взять поперечный размер системы R. Тогда по аналогии с формулой (9) определим «турбулентную вязкость» как

$$\eta_{\text{турб}} \sim \rho \bar{u} R. \tag{15}$$

Далее по аналогии с выводом формулы Пуазейля запишем баланс сил в потоке, откуда получим оценку для средней скорости течения:

$$\eta_{\text{турб}} \frac{\bar{u}}{R} \cdot 2\pi r l \sim \pi R^2 \Delta P \quad \rightarrow \quad \bar{u} \sim \frac{R^2 \Delta P}{\eta_{\text{турб}} l}.$$

Подставляя сюда (15), находим скорость $\bar{u} \sim \sqrt{\frac{R \Delta P}{\rho l}}$ и, как следствие, расход:

$$Q = \pi R^2 \bar{u} \sim R^{5/2} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}},$$

что повторяет результат (14), полученный выше методом размерностей.

Заметим, что эта теоретическая модель довольно груба и никак не учитывает сложную структуру турбулентного течения (например, не учитывается зависимость скорости потока u от расстояния r до оси трубы). Кроме того, модель предполагает установившийся характер течения на исследуемом участке, что в реальной установке, имеющей конечную длину, может легко нарушаться при достаточно больших Re (см. формулу (8)). Теоретические критерии применимости данной модели установить затруднительно, так что проверить её можно лишь непосредственно в условиях конкретного опыта.

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 5. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками.

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубки в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая к себе внимание экспериментатора.

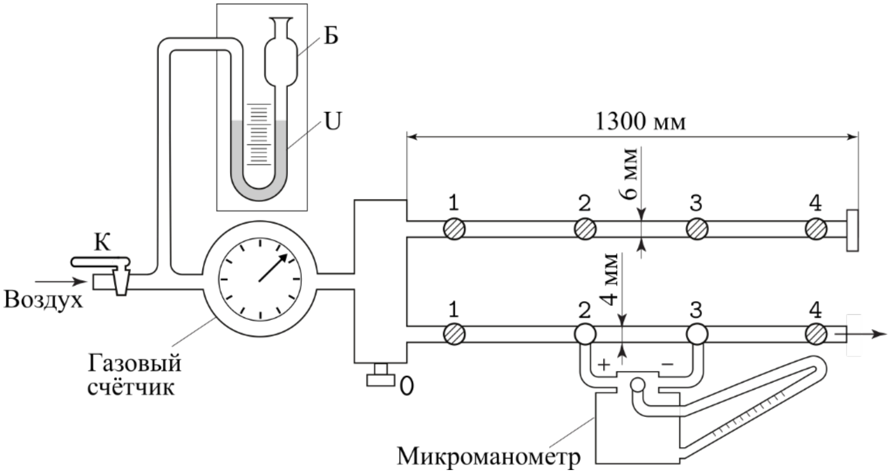


Рис. 5. Экспериментальная установка

Газовый счётчик. В работе используется газовый счётчик барабанного типа, позволяющий измерять объём газа ΔV, прошедшего через систему. Измеряя время Δt при помощи секундомера, можно вычислить средний объёмный расход газа $Q = \Delta V / \Delta t$ (для получения массового расхода [кг/с] результат необходимо домножить на плотность газа ρ).

Работа счётчика основана на принципе вытеснения: на цилиндрической ёмкости жёстко укреплены лёгкие чаши (см. Рис. 6, где для упрощения изображены только две чаши), в которые поочередно поступает воздух из входной трубки расходомера. Когда чаша наполняется, она всплывает и её место занимает следующая и т.д. Вращение оси предаётся на счётно-суммирующее устройство.

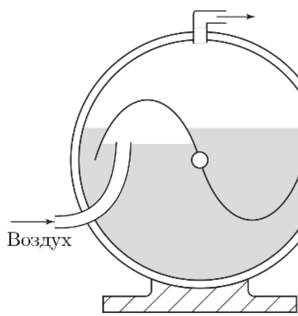


Рис. 6. Принцип работы барабанного газосчётчика

Для корректной работы счётчика он должен быть заполнен водой и установлен горизонтально по уровню (подробнее см. техническое описание установки).

Микроманометр. В работе используется жидкостный манометр с наклонной трубкой. Разность давлений на входах манометра измеряется по высоте подъёма рабочей жидкости (как правило, этиловый спирт). Регулировка наклона позволяет измерять давление в различных диапазонах.

На крышке прибора установлен трехходовой кран, имеющий два рабочих положения — (0) и (+). В положении (0) производится установка мениска жидкости на ноль, что необходимо сделать перед началом работы (в процессе работы также рекомендуется периодически проверять положение нуля). В положении (+) производятся измерения.

При работе с жидкостным манометром важно не допустить его «зашкаливания» — перелива рабочей жидкости в подводящие трубки (в этом случае работу придется приостановить для просушки трубок, долива спирта и т.д.). Все манипуляции по перестановке измерительных трубок следует проводить, когда манометр находится в положении (0). Подачу газа в систему, наоборот, следует осуществлять в положении (+), чтобы контролировать величину давления и иметь возможность вовремя перекрыть поток.

Перед началом работы с микроманометром необходимо убедиться, что в нём залито достаточное количество спирта, а сам манометр установлен строго горизонтально по уровням. Подводящие трубки, заполненные спиртом, не должны содержать пузырьков воздуха, а в трубках, заполненных воздухом, не должно быть капель спирта. Подробнее инструкцию по подготовке прибора к работе см. в техническом описании установки.

ЗАДАНИЕ

1. Подготовьте установку к работе:

а. ознакомьтесь с устройством и характеристиками приборов (газового счетчика и спиртового микроманометра); проведите их предварительную настройку и регулировку согласно **техническому описанию** установки;

б. ознакомьтесь измерительными шкалами приборов, запишите рабочий диапазон и цену деления; предварительно оцените инструментальные погрешности (по паспортам приборов и/или по цене деления их шкал).

2. Проведите предварительный запуск установки и убедитесь в ее работоспособности.

а. Подсоедините манометр к двум соседним выводам на конце одной из трубок (рекомендуется начать с трубки диаметром $d \approx 4$ мм). Убедитесь, что все отверстия, кроме одного — выходного — плотно завинчены пробками.

б. Убедитесь, что кран К, соединяющий компрессор с установкой, закрыт. Включите компрессор. Переведите рычажок микроманометра в рабочее положение (+).

в. Медленно приоткрывая кран К и непрерывно контролируя показания микроманометра, создайте небольшой поток воздуха через трубку.

Внимание!

Не допускайте резких движений крана К и при изменении его положения всегда контролируйте показания микроманометра. При больших перепадах давления спирт может попасть в соединительные трубки, что выведет манометр из строя. При приближении спиртового столбика к максимуму шкалы следует немедленно перекрыть подачу воздуха краном К. **Любые изменения в схеме подключения должны производиться после перевода манометра в положение (0).**

г. Наблюдайте за показаниями приборов в зависимости от интенсивности потока через трубку. Убедитесь, что при неизменном положении крана К показания манометра стабильны, а стрелка расходомера вращается равномерно.

3. Измерьте параметры окружающей среды: температуру, влажность воздуха и атмосферное давление. В ходе дальнейшей работы следите за этими показаниями и при необходимости фиксируйте их изменения.

Запишите диаметры трубок (указаны на установке). Зарисуйте схему расположения измерительных отверстий на трубках с указанием расстояний между ними.

4. Проведите предварительные расчёты:

а. Рассчитайте значение расхода $Q_{\text{кр}}$, при котором число Рейнольдса трубке станет равным критическому $\text{Re}_{\text{кр}} \approx 10^3$. Для предварительной оценки примите вязкость воздуха равной $\eta_{\text{возд}} \sim 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с, плотность воздуха определите по уравнению идеального газа. В качестве характерной скорости потока используйте её среднее значение $\bar{u} = Q/\pi R^2$.

б. По формуле Пуазейля (7) рассчитайте соответствующий перепад давления выбранном вами участке $\Delta P_{\text{кр}}$. Выразите значение $\Delta P_{\text{кр}}$ в делениях шкалы микроманометра.

в. По формуле (8) оцените длину $l_{\text{уст}}$, на которой течение можно считать установившимся при $\text{Re} \approx \text{Re}_{\text{кр}}$. Проверьте, можно ли считать установившимся течение на участке, выбранном для проведения измерений.

5. Меняя расход воздуха краном К и наблюдая за столбиком спирта в микроманометре, визуально определите границу перехода $\Delta P_{\text{кр}}$ от ламинарного течения к турбулентному (турбулентный режим характеризуется заметными пульсациями давления во времени). Сравните полученное экспериментально $\Delta P_{\text{кр}}$ с оценкой, проведенной в п. 4.

6. Подберите параметры измерения расхода газа $Q = \Delta V / \Delta t$, так чтобы его относительная погрешность составила не более $\varepsilon = 1\%$.

а. Оцените погрешность измерения объёма σ_V расходомером (по паспорту прибора и/или по цене деления шкалы). Исходя из этого определите минимальный объём проходящего через счётчик газа $V_{\min}$, который следует использовать при измерениях расхода.

б. Оцените погрешность измерения времени σ_t и определите минимальный промежуток времени $t_{\min}$, в течение которого следует измерять расход. При измерениях с секундомером основную погрешность вносит время реакции человека, которое можно измерить экспериментально. Для этого проведите серию из 7–9 измерений времени прохождения через счётчик объёма газа $V_{\min}$ при некотором постоянном расходе и в качестве оценки для случайной погрешности измерения времени используйте среднеквадратичное отклонение результатов.

7. Измерьте зависимости перепада давления ΔP на выбранном участке трубки от расхода газа Q.

а. Постепенно увеличивая расход, проведите измерения так, чтобы на ламинарный режим течения приходилось 7–9 экспериментальных точек. *Примечание*: на трубках большого диаметра чувствительности манометра может быть недостаточно для измерений на ламинарном участке с приемлемой точностью — в таком случае рекомендуется увеличить длину участка l.

б. Получите также 7–9 экспериментальных точек в турбулентном режиме, меняя давления от граничного $\Delta P_{\text{кр}}$ до максимально возможного на данной трубке. При приближении показаний к максимуму шкалы следует уменьшить чувствительность манометра (увеличить угол наклона).

Внимание!

Чтобы избежать вывода счетчика из строя, суммарный перепад давления на установке, измеряемый водяным U-образным манометром, не должен превышать максимальное значение (см. техническое описание установки).

8. Измерьте распределение давления газа вдоль трубки $P(x)$. Установите поток воздуха через трубку, близкий к критическому, но всё ещё сохраняющий ламинарность ($\Delta P < \Delta P_{\text{кр}}$). Не меняя расхода Q (положение крана К фиксировано), последовательно подсоедините микроманометр ко всем парам выводов исследуемой трубки (включая вывод «0», который примите за начало отсчёта координаты x) и измерьте соответствующие перепады давлений. Учтите, что манометр измеряет не само давление, а разность $P_i - P_j$, где i, j – номера соответствующих отверстий в трубке.

Внимание!

Чтобы избежать случайного перелива спирта, при каждом переключении выводов устанавливайте рычажок микроманометра в положение (0). Учитывайте, что измеряемый перепад давления примерно пропорционален длине выбранного участка.

9. Повторите вычисления и измерения пп. 4–8 на трубках других диаметров.

10. Измерьте зависимость расхода от радиуса трубы при заданном градиенте давления. *Примечание*: по указанию преподавателя используйте в этом опыте трубки различного диаметра не только со своей, но и с соседних экспериментальных установок.

а. Подберите некоторое значение градиента давления (перепада давления на единицу длины трубы) $\Delta P/l$, при котором обеспечивается ламинарность потока на *всех* трубках. Проводя измерения поочередно на каждой трубке, подберите величины расхода Q, при которых градиент давления равен выбранному $\Delta P/l$.

б. Подберите некоторое максимальное градиента давления $\Delta P/l$, достижимое на всех трубках в турбулентном режиме. Аналогично измерьте значения Q для каждой трубки, при которых градиент давления равен выбранному $\Delta P/l$.

Обработка результатов измерений

11. По результатам измерений п. 7 постройте графики зависимостей расхода от перепада давления $Q(\Delta P)$. Проанализируйте полученные результаты.

а. Для каждой трубки по графику определите границу перехода от ламинарного участка к турбулентному.

б. Убедитесь в том, что зависимость $Q(\Delta P)$ на ламинарном участке соответствует является линейной.

в. Пользуясь формулой Пуазейля (7), по угловым коэффициентам линейных участков определите вязкость воздуха η.

г. Рассчитайте критическое число Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$. Сравните результат с полученным по наблюдению за колебаниями столбика манометра в п. 5.

д. Оцените погрешности результатов. Убедитесь, что значение вязкости не зависит от диаметра трубки в пределах погрешности. Сравните значение коэффициента вязкости с табличным (с учётом параметров окружающей среды).

12. По результатам измерений п. 8 постройте графики $P(x)$ зависимостей давления P от координаты вдоль трубы x (за начало отсчёта давления и координаты примете вывод «0»). Из графика оцените длину участка, на котором происходит установление потока. Сравните результат с оценкой по формуле (8).

13. По результатам измерений п. 10 убедитесь, что расход в ламинарном режиме пропорционален четвертой степени радиуса трубы $Q \propto R^4$, и проверьте, выполняется ли зависимость расхода от радиуса $Q \propto R^{2,5}$ в турбулентном режиме (см. формулу (14)).

Изобразите результаты на графике в двойном логарифмическом масштабе $\ln Q$ $(\ln R)$. Наклон полученной прямой будет соответствовать показателю степени β зависимости $Q \propto R^{\beta}$. *Примечание*: если измерения проведены только на двух трубках, вычислить коэффициент β можно непосредственно, без построения графика.

14. *Исследуйте зависимости $Q(\Delta P)$ на турбулентном участке и проверьте применимость формулы (14).

а. Если результаты измерений коэффициента вязкости η на разных трубках значительно отличаются друг от друга (с учётом их погрешности), используйте табличное значение вязкости воздуха в условиях опыта, чтобы по линейным участкам зависимости $Q(\Delta P)$ с помощью формулы Пуазейля уточнить значения радиусов R трубок.

б. Постройте на одном графике экспериментальные зависимости в безразмерных переменных, отложив по оси абсцисс число Рейнольдса Re (10), а по оси ординат — обезразмеренный перепад давления $\tilde{\psi}$ (11). Убедитесь, что экспериментальные точки для всех трубок ложатся на единую кривую.

в. Проанализируйте турбулентный участок полученной зависимости. Сделайте вывод о применимости формулы (14) в условиях опыта.

* Дополнительный пункт, выполняется по указанию преподавателя.

Контрольные вопросы

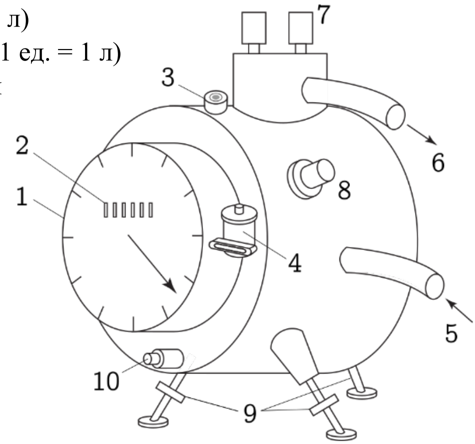
1. Что такое коэффициент вязкости? Сформулируйте закон Ньютона для вязкого трения и укажите границы его применимости в газах.
2. Что такое число Рейнольдса? Покажите, что число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к работе сил трения в единице объёма.
3. Опишите основные характеристики течения Пуазейля. Как меняется давление вдоль трубы? Как меняется скорость течения в сечении трубы? Каково отношение средней и максимальной скоростей течения?
4. Перечислите условия применимости формулы Пуазейля. С какой точностью эти условия выполняются в вашем опыте?
5. С какой точностью течение газа в условиях опыта можно считать несжимаемым? Вычислите максимальное *число Маха* (отношение скорости течения к скорости звука) в условиях опыта.
6. Что такое ламинарное и турбулентное течение? При каких условиях течение может стать турбулентным? Как переход к турбулентности можно обнаружить на опыте?
7. По экспериментальному значению коэффициента вязкости оцените размеры молекул воздуха.
8. Как вязкость газа зависит от его температуры и давления? Оцените погрешность измерения коэффициента вязкости в вашем опыте, обусловленную неопределенностью в параметрах окружающей среды (температура, давление, влажность).
9. Какие независимые безразмерные комбинации можно составить из параметров задачи о течении несжимаемой жидкости по прямой трубе? Каков, согласно теории размерностей, общий вид зависимости расхода от перепада давления $Q(\Delta P)$?
10. Пользуясь методом размерностей, рассмотрите задачу о силе сопротивления, действующей на шарик радиусом r, обтекаемый потоком несжимаемой жидкости со скоростью u, имеющей плотность ρ и вязкость η. Покажите, что 1) если сила прямо пропорциональна скорости, то имеет место закон Стокса $F \sim \eta u r$, 2) если сила сопротивления не зависит от вязкости, то зависимость имеет вид $F \sim \rho u^2 r^2$.

14.02.2020

ТЕХНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
РАБОТА 1.3.3

Газовый счётчик ГСБ-400

Устройство



1. Измерительная шкала (1 оборот = 5 л)
2. Счётно-суммирующее устройство (1 ед. = 1 л)
3. Индикатор горизонтального уровня
4. Водомерное устройство
5. Трубка для подачи газа
6. Трубка для отвода газа
7. Патрубки для подключения внешнего манометра
8. Место установки термометра
9. Регулируемые ножки
10. Сливное отверстие

Характеристики

Класс точности: 1,0
Пределы измерения расхода: от 20 л/ч до 1000 л/ч
Цена наименьшего деления: 0,02 л
Предел измерения стрелочного механизма (1 оборот): 5 л
Максимально допустимый перепад давления: 600 мм вод. ст. (5885 Па)

Подготовка к работе

1. Проверьте, установлен ли счётчик горизонтально по уровню «3». При необходимости откорректируйте его положение с помощью регулировочных ножек «9».

Внимание!

Регулировку рекомендуется проводить под присмотром преподавателя или лаборанта

2. Проверьте наличие воды в счётчике по водомерному устройству «4». Для этого снимите крышечку и поверните кран водомерного устройства на 90°. Внутри устройства должна выступить капля воды. При отсутствии воды обратитесь к преподавателю или лаборанту.
3. Проверьте уровень воды в U-образном манометре: высота столбика воды в каждом колене должна составлять 17–20 см.

Микроманометр ММН-2400

Характеристики

Класс точности: 1,0

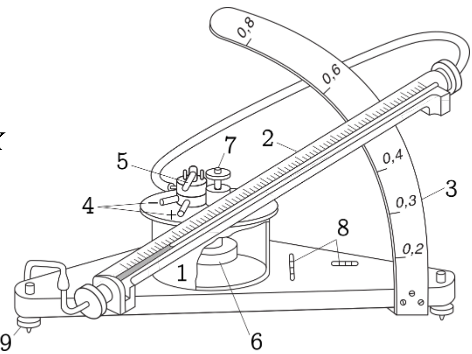
Рабочая жидкость: спирт этиловый ректификованный 96%

(плотность $0{,}8095 \pm 0{,}0005$ г/см^3 при 20°С)

Таблица 1. Пределы измерений и цена деления в зависимости от углового коэффициента K

Угловой коэффициент K	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8
Предел измерений, мм вод. ст. / Па	60 588	90 883	120 1177	180 1765	240 2354
Цена наименьшего деления, мм вод. ст. / Па	0,20 1,96	0,30 2,94	0,40 3,92	0,60 5,88	0,80 7,85

Устройство



1. Сосуд с рабочей жидкостью
2. Измерительная шкала
3. Стойка для регулировки наклона K
4. Место крепления измерительных трубок («–» и «+»)
5. Переключатель режима работы (металлический рычажок):
   (0) — установка нуля;
   (+) — проведение измерений.
6. Поплавок регулировки уровня спирта (для установки нуля)
7. Винт, регулирующий глубину погружения поплавка
8. Индикаторы горизонтального уровня
9. Регулируемые ножки

Подготовка к работе

1. Аккуратное установите манометр в горизонтальное положение с помощью индикаторов уровня «8» и регулируемых по высоте ножек «9». *Примечание*: если в дальнейшем возникнет необходимость передвинуть манометр, установку уровня и нуля следует провести заново.
2. Выберите диапазон измерений, установив с помощью стойки «3» требуемый наклон манометра (по умолчанию $K = 0{,}2$).

3. Установите нуль прибора:
    a. Соедините манометр с атмосферой, переведя рычажок «5» в положение (0).
    b. Регулировочным винтом «7» добейтесь совпадения нижнего края мениска с нулевым делением шкалы; **Внимание!** Вращайте винт «7» *плавно* и *без усилий*! Если ноль выставить не удаётся даже в крайнем положении винта, обратитесь за помощью к преподавателю или лаборанту (возможно, в манометре недостаточно спирта, либо он неисправен).
    c. Рекомендуется периодически проверять установку нуля в процессе работы.
4. Перед началом измерений стоит убедиться, что в соединительных и подводящих трубках нет пузырьков воздуха или капель спирта: для этого осмотрите их и, слегка пошевелив трубки, убедитесь, что показания манометра от этого не меняются.

Измерения

Связь измеряемого давления P с отсчётом делений по шкале N:

$$P[\text{мм вод. ст.}] = N \cdot K \cdot n$$

или

$$P[\text{Па}] = 9{,}8067 \cdot N \cdot K \cdot n,$$

где $K = 0{,}2, 0{,}4, 0{,}6$ или $0{,}8$ — угловой коэффициент, n — поправочный множитель, учитывающий отличие плотности залитого спирта от 0,8095 г/см^3.

Таблица 2. Зависимость плотности 96% спирта от температуры

t, °C	16	18	20	22	24	26	28	30	32
ρ, г/см^3	0,8109	0,8092	0,8075	0,8057	0,8040	0,8022	0,8004	0,7987	0,7969
n, отн. ед.	1,0018	0,9996	0,9975	0,9953	0,9932	0,9910	0,9888	0,9866	0,9844