

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: с помощью оборотного маятника измерить величину ускорения свободного падения.

В работе используются: оборотный маятник с двумя подвесными призмами и двумя грузами (чечевицами); электронный счётчик времени и числа колебаний; подставка с острием для определения положения центра масс маятника; закреплённая на стене консоль для подвешивания маятника; металлические линейки, штангенциркуль длиной 1 м.

Введение

Внимание! Перед выполнением работы следует познакомиться с основами теории колебаний физического маятника. Студент должен быть знаком с понятием *момента инерции* твёрдого тела, знать формулировку *теоремы Гюйгенса—Штейнера*, и формулу *периода колебаний физического маятника*. См. рекомендованную литературу [1–3].

Физическим маятником называют *твёрдое тело*, способное совершать колебания в вертикальной плоскости, будучи подвешено за одну из своих точек в поле тяжести. Ось, проходящая через точку подвес перпендикулярно плоскости качания, называется *осью качания* маятника.

При малых колебаниях период колебаний физического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1)$$

где J — *момент инерции* маятника относительно оси качания, m — масса маятника, l — расстояние от оси качания до центра масс маятника.

Если сравнить (1) с известной формулой колебаний математического маятника длиной l ($T = 2\pi\sqrt{l/g}$), можно определить *приведённую длину* физического маятника как

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml}. \quad (2)$$

Смысл приведённой длины в том, что при длине математического маятника, равной $l_{\text{пр}}$, его период колебаний совпадает с периодом колебаний физического маятника.

Теорема Гюйгенса об обратном маятнике

Пусть O_1 — точка подвеса физического маятника, а C — его центр масс. Отложим отрезок длиной $l_{\text{пр}}$ вдоль линии O_1C , и обозначим соответствующую точку как O_2 — эту точку называют *центром качания* физического маятника. Заметим, что приведённая длина всегда больше расстояния до центра масс ($l_{\text{пр}} > l$), поэтому точка O_2 лежит по другую сторону от центра масс.

Точки O_1 и O_2 обладают свойством *взаимности*: если перевернуть маятник и подвесить его за точку O_2 , то его период малых колебаний останется таким же, как и при подвешивании за точку O_1 (*теорема Гюйгенса*). На этом свойстве — «оборотности» — и основан довольно точный метод определения ускорения свободного падения, применяемый в данной работе.

Докажем *теорему Гюйгенса* об обратном маятнике.

Пусть O_1 и O_2 — две точки подвеса физического маятника, лежащие на одной прямой с точкой C по разные стороны от неё. Тогда периоды колебаний маятника равны соответственно

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{mgl_1}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{mgl_2}}. \quad (3)$$

По теореме Гюйгенса—Штейнера имеем

$$J_1 = J_C + ml_1^2, \quad J_2 = J_C + ml_2^2, \quad (4)$$

где J_C — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости качания.

Пусть периоды колебаний одинаковы: $T_1 = T_2$. Тогда одинаковы должны быть и приведённые длины:

$$l_{\text{пр}} = \frac{J_1}{ml_1} = \frac{J_2}{ml_2}.$$

С учётом (4) имеем:

$$l_{\text{пр}} = \frac{J_C}{ml_1} + l_1 = \frac{J_C}{ml_2} + l_2, \quad (5)$$

откуда следует, что при $l_1 \neq l_2$ справедливо равенство

$$J_C = ml_1l_2. \quad (6)$$

Наконец, подставляя (6) обратно в (5), получим

$$l_{\text{пр}} = l_1 + l_2. \quad (7)$$

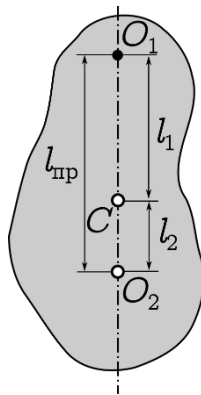


Рис. 1. К теореме Гюйгенса

Таким образом, если периоды колебаний при подвешивании маятника в точках O_1 и O_2 равны, то расстояние между точками подвеса равно приведённой длине маятника. Нетрудно видеть, что и обратное утверждение также верно.

Заметим также, что период колебаний маятника (3), рассматриваемый как функция от l_1 ,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_C + ml_1^2}{mgl_1}},$$

имеет минимум при $l_{1\min} = \sqrt{J_C/m}$. Из (6) видно, что в этой точке $l_2 = l_1 = l_{\text{пр}}/2$, то есть центр масс находится посередине между сопряжёнными точками O_1 и O_2 . График зависимости $T(l_1)$ схематично представлен на Рис. 2.

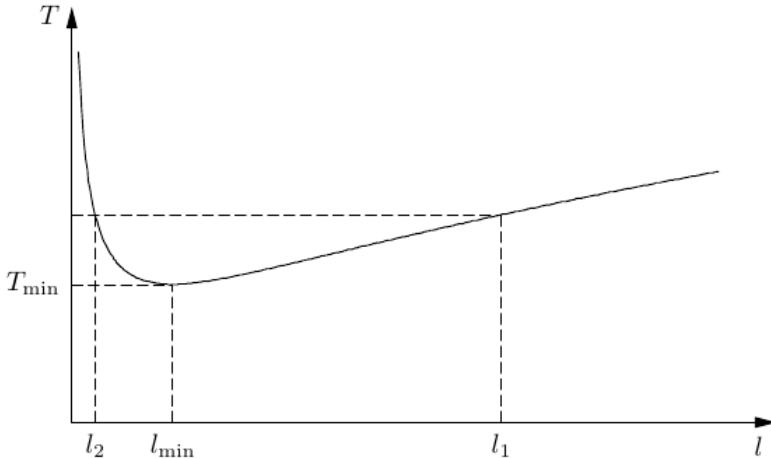


Рис. 2. Зависимость периода колебаний от положения центра масс относительно оси качания

Измерение g

Пусть $L \equiv \overline{O_1 O_2} = l_1 + l_2$ — расстояние между двумя «сопряжёнными» точками подвеса физического маятника. Если соответствующие периоды малых колебаний равны, $T_1 = T_2 = T$, то по теореме Гюйгенса $L = l_{\text{пр}}$. Тогда из (1) и (2) находим ускорение свободного падения:

$$g_0 = (2\pi)^2 \frac{L}{T^2}. \quad (8)$$

Точного совпадения $T_1 = T_2$ на опыте добиться, конечно, невозможно. Поэтому получим формулу для определения ускорения свободного падения g , если измеренные периоды незначительно различаются: $T_1 = T$, $T_2 = T + \Delta T$. Из системы (3) и (4) получаем:

$$g = (2\pi)^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}, \quad (9)$$

что также можно переписать как

$$g = g_0 \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda - \frac{T_2^2}{T_1^2}}, \quad (10)$$

где $g_0 = (2\pi)^2 L / T^2$, и для краткости введено обозначение $\lambda = l_1 / l_2$.

Проанализируем отличия формулы (9) от (8) и оценим величину поправки. Пусть $\varepsilon = \frac{\Delta T}{T} \ll 1$ — относительное отклонение при измерении периодов. Тогда при $\lambda \neq 1$, пользуясь малостью ε , получим

$$g = g_0 \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda - (1 + \varepsilon)^2} \approx g_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2\varepsilon}{\lambda - 1}} \approx g_0 \cdot (1 + 2\beta\varepsilon), \quad (11)$$

где обозначено

$$\beta \equiv \frac{1}{\lambda - 1} = \frac{l_2}{l_1 - l_2}.$$

Видно, что поправка $\Delta g \approx 2\beta\varepsilon g$ к формуле (8) остаётся малой, если мало относительное различие измеренных периодов ε , но при этом также мал и коэффициент $\beta = \frac{l_2}{l_1 - l_2}$. В частности, при $l_2 \rightarrow l_1$ эта поправка неограниченно возрастает при любом конечном ε . Поэтому на опыте отношение l_1 / l_2 не должно быть слишком близко к единице. На практике желательно, чтобы выполнялось условие

$$l_1 > 2,5l_2. \quad (12)$$

(более точную оценку см. ниже в п. «Оценка погрешностей»).

Экспериментальная установка

Применяемые в работе маятники представляет собой стержни цилиндрического или прямоугольного сечения длиной ~ 1 м и массой $\sim 1 \div 1,5$ кг. Маятник подвешивается с помощью небольших треугольных призм (Π_1 и Π_2), острым основанием опирающихся на закреплённую на стене консоль. Ребро призмы задаёт ось качания маятника. На стержне закрепляются два дополнительных груза в форме «чечевицы» (Γ_1 и Γ_2). Для выполнения условия $l_1 > l_2$ внешнюю чечевицу Γ_2 следует крепить за призмой Π_2 , а чечевицу Γ_1 (внутреннюю) — между призмами Π_1 и Π_2 (см. Рис. 3).

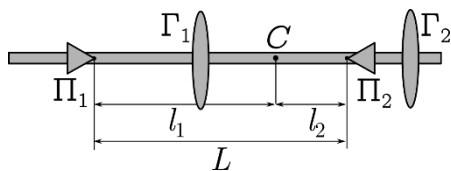


Рис. 3. Маятник с грузами

Регистрация времени колебаний проводится с помощью электронных счётчиков. Расстояния между точками установки маятников на консоли до электронных счётчиков фиксировано. Это накладывает ограничения на расположение призм и грузов на стержне. Призмы крепятся *симметрично* на равном расстоянии от концов стержней так, чтобы маятник при колебаниях пересекал фотоприёмники счётчика, не задевая оправу счётчика.

Фиксированное положение призм однозначно задаёт приведённую длину оборотного маятника $l_{пр} = L$. Изменять в опыте можно только положения грузов на стержне. Главная задача опыта — подобрать такое положение грузов, при котором периоды колебаний при перевороте маятника совпадали бы с достаточно высокой точностью, а для положения центра масс маятника выполнялось при этом условие (12).

Предварительный расчёт положения грузов

Если первоначально расположить грузы на стержне произвольным образом, то для достижения равенства периодов колебаний потребуется исследовать зависимости периодов колебаний T_1 и T_2 при перемещении поочерёдно обоих грузов по штанге. При этом всякий раз необходимо при перестановке призм переворачивать тяжёлый маятник. Такая методика требует много времени и не всегда приводит к нужному результату.

Существенно облегчить и ускорить поиск нужного положения грузов можно, если провести *предварительные расчёты*. При этом для грубой оценки достаточно использовать максимально упрощённую модель, например, считать маятник *тонким стержнем* с закреплёнными на нём *точечными* массами. После установки грузов согласно предварительным расчётам, их положение может быть уже уточнено экспериментально.

Пусть призмы Π_1 и Π_2 задают сопряжённые точки подвеса, то есть период колебаний при перевороте маятника не изменяется. Тогда по теореме Гюйгенса расстояние между призмами L — это приведённая длина маятника. Это условие может быть записано либо в форме (2):

$$J_{\Pi} = MLl_2, \quad (13)$$

где J_{Π} — момент инерции маятника *относительно призмы* Π_2 , либо в форме (5):

$$J_C = Ml_1l_2, \quad (13')$$

где J_C — момент инерции маятника относительно его *центра масс*. Здесь M — полная масса маятника.

Как J_{Π} , так и J_C являются функциями положений грузов b_1 и b_2 относительно соответствующих призм Π_1 и Π_2 (см. Рис. 5). Задание длины l_1 (или l_2) определяет положение центра масс маятника. Это позволяет, во-первых, рассчитать правые части (13) или (13'), и, во-вторых, накладывает дополнительную связь на расстояния b_1 и b_2 (при известных массах всех элементов маятника). Тогда соотношения (13) или (13') превращаются в уравнение с *одной* неизвестной, например, b_2 . Корень этого уравнения можно приближённо найти графически, например, с помощью электронных таблиц*. Дополнительные сведения о методике подбора положения грузов приведены в Приложении 1.

Оценка погрешностей

Оценим влияние погрешностей измерений на точность расчётов по формуле (9). Пусть все периоды измерены с одинаковой погрешностью σ_T , расстояние L между точками подвеса с погрешностью σ_L , расстояния $l_{1,2}$ до центра масс с погрешностью σ_l . Погрешность определения величины g_0 (по формуле (8)) равна:

$$\frac{\sigma_{g_0}}{g_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2}. \quad (14)$$

Это — основная погрешность опыта. Видно, что для её минимизации необходимо максимально точно измерить расстояние между точками повеса L и период колебаний маятника T .

Пример. Максимально достижимая точность измерения длины L при измерениях штангенциркулем составляет $\sigma_L/L \sim 10^{-4}$ (0,01%) ($\sigma_L \approx 0,1$ мм, $L \sim 1$ м). Погрешность периода может быть уменьшена за счёт увеличения времени измерения (то есть, числа колебаний). При измерении электронным счётчиком погрешность измерения полного времени составляет порядка $\sigma_t = 0,01$ с (погрешность округления). Тогда общая погрешность g не превысит 0,01%, если полное время измерения составит не менее $t = 200$ с.

Проанализируем влияние поправки $g = g_0 + \Delta g$, где согласно (11)

$$\Delta g \approx \frac{2l_2}{l_1 - l_2} \frac{\Delta T}{T} g_0.$$

Общая формула для погрешности (9) слишком громоздка, поэтому для наглядности анализа проведём вычисления приближённо. Достаточно

* В данном случае уравнение является квадратным и может быть, конечно, решено аналитически. Однако мы предлагаем использовать именно графический метод как более общий и наглядный.

учесть, что основной вклад в относительную погрешность Δg вносят величины ΔT и $\Delta l = l_1 - l_2$, поскольку являются разностями двух близких величин. Поэтому

$$\frac{\sigma_{\Delta g}}{g} \approx \frac{2\beta\Delta T}{T} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta T}}{\Delta T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta l}}{\Delta l}\right)^2} = \sqrt{8\left(\beta\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta\frac{\Delta T}{T}\frac{\sigma_l}{\Delta l}\right)^2}.$$

(здесь мы для воспользовались формулой погрешности разности, которая даёт $\sigma_{\Delta l} = \sqrt{2}\sigma_l$ и $\sigma_{\Delta T} = \sqrt{2}\sigma_T$). Тогда для полной относительной погрешности получим

$$\frac{\sigma_g}{g} \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 8\left(\beta\frac{\Delta T}{T}\frac{\sigma_l}{\Delta l}\right)^2}. \quad (15)$$

Из этого результата можно сделать следующие выводы. Во-первых, при достаточно хорошем совпадении периодов ($\Delta T \ll T$) погрешность измерения длин l_1 и l_2 по отдельности практически *не влияет на погрешность конечного результата*, поскольку вклад последнего (4-го) слагаемого будет заведомо мал. И, во-вторых, итоговая погрешность *неограниченно возрастает* при $l_1 \rightarrow l_2$, т. е., когда центр масс маятника оказывается близок к геометрическому центру стержня.

Проведём оценочные расчёты. Третье слагаемое в погрешности не превысит второе при $\sqrt{2}\beta < 1$, то есть

$$l_1 > (1 + \sqrt{2})l_2 \approx 2,4l_2.$$

Если допустить трёхкратную добавку к погрешности ($\sqrt{2}\beta \approx 3$), то можно положить $l_1 > 1,5l_2$. А разность длин менее, чем $\Delta l/l = 15\%$, ухудшит общую точность уже на порядок. График зависимости относительной величины β от l_1/l_2 приведён на Рис. 3.

Оценим вклад последнего (4-го) слагаемого в (15). Пусть погрешность измерения периода составляет $\sigma_T/T = \frac{0,01}{200} = 5 \cdot 10^{-5}$, а точность совпадения периодов при перевороте маятника равна $\Delta T/T \sim 10^{-2}$ (1%). Тогда для обеспечения заданной погрешности (4-е слагаемое не превышает остальные) длины $l_{1,2}$ достаточно измерять с относительной погрешностью $\sigma_l/l \sim 10^{-2}$ (1%). Такая точность измерения положения центра масс

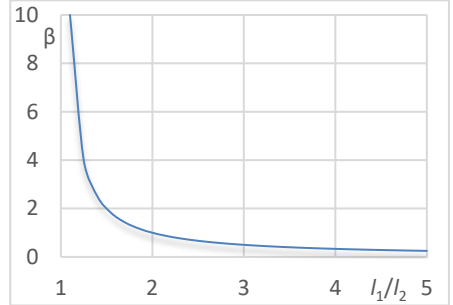


Рис. 4. Зависимость коэффициента β от положения центра масс

вполне достижима на практике. Наконец, отсюда же видно, что при относительной погрешности определения положения центра масс в 1% ($\sigma_l = 1$ мм при $l \sim 10$ см) нет необходимости добиваться совпадения периодов точнее, чем $\Delta T/T \sim 1\%$.

ЗАДАНИЕ

1. Снимите маятник с консоли и взвесьте его. Снимите грузы и призмы с маятника и взвесьте все его элементы по отдельности (если элементы маятника являются несъёмными, соответствующие значения масс указаны на установке). Оцените погрешность измерения масс.
2. Закрепите подвесные призмы симметрично на стержне (положения призм указаны на установке). Убедитесь, что ребра призм параллельны друг другу и «смотрят» в сторону центра маятника.
3. С помощью большого штангенциркуля максимально точно измерьте расстояние L между призмами. В дальнейшем призмы должны оставаться закреплёнными на своих местах. Оцените погрешность измерения длины.
4. Задавшись некоторым значением l_1/l_2 , удовлетворяющим условию (12), рассчитайте по одной из методик, описанных в Приложении 1, положения грузов («чечевиц») на стержне. Закрепите их на соответствующих местах.
5. С помощью \perp -образной подставки определите положение центра масс маятника с грузами. Измерьте расстояния l_1 и l_2 : от центра масс до острия призм Π_1 и Π_2 соответственно. Убедитесь, что условие (12) выполнено. Сравните результат с расчётом по формуле (16).

Внимание! Важно не перепутать местами длины l_1 и l_2 (а также периоды T_1 и T_2). Для этого рекомендуется пометить призмы Π_1 и Π_2 , например, карандашом.

6. Подвесьте маятник на консоли на призме Π_2 . Включите электронный счётчик и убедитесь в работоспособности системы (маятник при качании не касается элементов установки и не проскальзывает в подвесе, счётчик корректно считает количество колебаний и их время).
7. Проведите измерение времени $n = 20$ колебаний 3–4 раза, взякий раз отклоняя маятник на малый угол $\alpha \approx 5^\circ$. Убедитесь, что значения времён совпадают в пределах погрешности секундомера. Рассчитайте период колебаний T_2 .
8. Переверните маятник, подвесив его на призму Π_1 (при неизменном положении всех элементов на стержне). Проведите измерение периода T_1 .

9. Сравните значения T_1 и T_2 . Если различие не превышает $\Delta T/T \sim 1\%$, переходите к следующему пункту.

В противном случае, верните маятник на призму P_2 , переместите груз G_2 на небольшое расстояние (2–4 мм) и повторите измерения периодов по п. 7–8. При подборе положений грузов достаточно проводить каждый раз по *одному* измерению с $n = 10$ колебаний.

10. Проведите окончательное измерение периодов T_1 и T_2 с максимальной точностью. Количество колебаний n , по которым следует производить измерения периодов, рассчитайте исходя из требуемой точности опыта и погрешности измерения времени σ_t .

Примечание. В процессе измерений попутно следует убедиться, что амплитуда колебаний затухает за время опыта незначительно. Если за n колебаний амплитуда уменьшается более, чем в 2 раза, следует измерять период по меньшему числу колебаний.

11. Снимите маятник с консоли. Если положение грузов в п. 9 изменялось, измерьте новое положение центра масс и расстояния l_1 и l_2 . Убедитесь, что они по-прежнему удовлетворяют условию (12).
12. Определите ускорение свободного падения g . Оцените погрешность конечного результата. Сравните результат с табличным.
13. *По заданию преподавателя выполните следующие измерения
- Проверьте влияние амплитуды колебаний на точность измерений. Экспериментально убедитесь, что для используемой в работе амплитуды $\alpha \approx 5^\circ$ соответствующая поправка к периоду колебаний мала по сравнению с погрешностью опыта.
 - Проверьте влияние затухания колебаний маятника на точность измерения. Измерьте коэффициент затухания и убедитесь, что поправка к периоду колебаний мала по сравнению с погрешностью опыта.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Пусть b_1 — расстояние от груза Γ_1 до призмы Π_2 , а b_2 — расстояние от груза Γ_2 до призмы Π_2 (см. Рис. 5). Массы элементов маятника: стержня — $m_{\text{ст}}$, подвесных призм — $m_{\text{пр1}}$ и $m_{\text{пр2}}$, грузов — m_1 и m_2 .

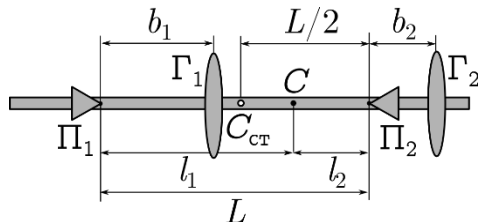


Рис. 5. Расположение грузов и призм на маятнике.
 C — центр масс маятника, $C_{\text{ст}}$ — центр масс стержня.

Будем считать положение центра масс маятника заданным. Тогда положения грузов b_2 и b_1 оказываются взаимно однозначно связаны соотношением:

$$Ml_1 = m_{\text{ст}} \frac{L}{2} + m_{\text{пр2}}L + m_1b_1 + m_2(b_2 + L), \quad (16)$$

где $M = m_{\text{ст}} + m_{\text{пр1}} + m_{\text{пр2}} + m_1 + m_2$ — полная масса маятника, l_1 — расстояние от острия призмы Π_1 до центра масс маятника. Здесь мы считаем, что призмы расположены на стержне симметрично и центр масс стержня равноудалён на расстояние $L/2$ от призмы.

Все вычисления могут быть частично автоматизированы с помощью электронных таблиц.

Расчёт с использованием моментов инерции относительно подвеса

В данном методе все моменты инерции вычисляются относительно точки подвеса маятника Π_2 . Положение центра масс (l_1 и l_2) считается заданным, вычисляется соответствующее положение грузов b_2 и b_1 .

Используются следующие соотношения:

- момент инерции тонкого стержня длиной $l_{\text{ст}}$ с призмами:

$$J_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \left(\frac{l_{\text{ст}}^2}{12} + \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) + m_{\text{пр2}}L^2,$$

- момент инерции грузов на стержне:

$$J_{\text{гр}} = m_1(L - b_1)^2 + m_2b_2^2,$$

- суммарный момент инерции всего маятника определяется из (13): $J_{\Pi} = Ml_2^2 = J_{\text{ст}} + J_{\text{гр}}$.

Расчёт проводится по следующему алгоритму:

1. Выбираем и фиксируем некоторое значение расстояния l_2 , удовлетворяющее условию (12).
2. По известным массам рассчитываем J_{Π} и $J_{\text{ст}}$, которые зависят только от величин l_2 и L .
3. Варьируя длину b_2 в пределах от $b_{2\text{min}} = 0$ до $b_{2\text{max}} = (l - L)/2$, вычисляем по формуле (16) соответствующее положение первого груза b_1 , а затем момент инерции грузов $J_{\text{гр}}$.
4. Строим график $J_{\text{гр}}(b_2)$ и по точке пересечения с уровнем $J_{\text{гр}} = J_{\Pi} - J_{\text{ст}}$ определяем искомые положения грузов b_2 и b_1 .
5. Если расчётные положения грузов окажутся физически не реализуемы (грузы слишком близко к призмам и т.п.), то следует выбрать другую длину l_2 и повторить расчёт.

Расчёт с использованием центральных моментов инерции

В данном методе все моменты инерции вычисляются относительно *центра масс* маятника. Заданным считается положение b_2 второго груза. Вычисляются соответствующее положение центра масс (l_1 и l_2) и первого груза b_1 .

Используются следующие соотношения:

- Момент инерции стержня длиной $l_{\text{ст}}$ с призмами:

$$J_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \left(\frac{l_{\text{ст}}^2}{12} + \left(\frac{L}{2} - l_2 \right)^2 \right) + m_{\text{пр1}} l_1^2 + m_{\text{пр2}} l_2^2.$$

- Момент инерции грузов:

$$J_{\text{гр}} = m_1 (l_1 - b_1)^2 + m_2 (l_2 + b_2)^2.$$

- Суммарный момент инерции всего маятника определяется соотношением (13): $J_0 = M l_1 l_2 = J_{\text{ст}} + J_{\text{гр}}$.

Расчёт проводится по следующему алгоритму:

1. Варьируя длину l_2 в пределах от $l_{2\text{min}}$ (см. замечание ниже) до $l_{2\text{max}} = L/2$, вычисляем соответствующие значения моментов инерции всего маятника J_0 и стержня с призмами $J_{\text{ст}}$.
2. Выбираем и фиксируем некоторое значение расстояния b_2 , и рассчитываем соответствующие значения b_1 , и вычисляем момент инерции грузов $J_{\text{гр}}$.
3. Строим графики зависимости $J_{\text{гр}}$ и $J_0 - J_{\text{ст}}$ от величины l_2 .
4. По пересечению двух графиков определяем искомое положение центра масс l_2 (заметим, что корня может быть два!).

5. Проверяем, что длина l_2 удовлетворяющее условию (12). Вычисляем соответствующее положение первого груза b_1 . Проверяем, что положения грузов являются физически реализуемыми (грузы слишком близко к призмам и т.п.).
6. При необходимости изменяем свободный параметр — положение второго груза b_2 — и повторяем вычисления.

Замечание. На величину l_2 имеется ограничение *снизу*. На Рис. 3 приведён график зависимости $J_{\text{ст}}$ и J_0 для разных значений l_2 при характерных параметрах опыта. Видно, что момент инерции J_0 растёт при увеличении l_2 , достигая максимума при $l_1 = l_2 = L/2$, а момент инерции стержня с призмами $J_{\text{ст}}$ уменьшается, если центр масс маятника приближается к центру масс стержня. При малых l_2 графики $J_{\text{ст}}$ и J_0 пересекаются. Разность $J_0 - J_{\text{ст}}$ равна моменту инерции грузов $J_{\text{груз}}$ относительно центра масс маятника, поэтому должно выполняться условие $J_{\text{ст}} > J_0$, и следовательно, существует минимально возможная величина расстояния l_2 (в частности, из Рис. 3 имеем $l_2 > 7$ см).

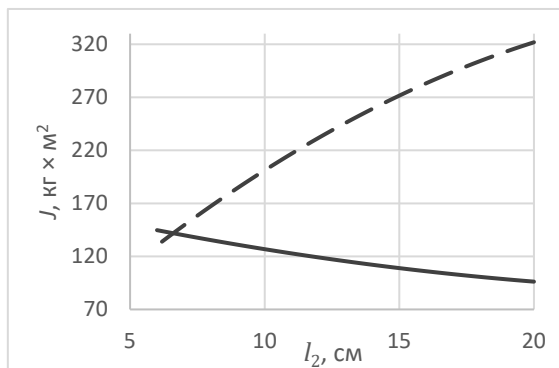


Рис. 6. Пример зависимости $J_{\text{ст}}$ (сплошная) и J_0 (пунктир) для разных значений l_2 .

Литература

1. *Кириченко Н.А., Крымский К.М.* Общая физика. Механика. — Москва : МФТИ, 2013. — Гл. 10.3.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 1. Механика. — Москва : Физматлит, 2005. — § 41.
3. *Лабораторный практикум по общей физике. Т. 1. Механика.* Под ред. А.Д. Гладуна. — Москва : МФТИ, 2012. — Раздел IV.

Составители:
Смирнова О.И., Попов П.В.
11.10.2021