

## Контрольная работа 2000 года. Вариант А

**1А.** Найти минимальную относительную скорость  $v_{\min}$  двух одинаковых метеоритов, необходимую для их нагрева и полного испарения в результате столкновения. Теплота нагревания и испарения 1 г вещества метеоритов составляет  $Q = 10^{10}$  эрг/г.

**2А.** Платформа, на которой установлен реактивный двигатель, начинает движение по горизонтальной плоскости с нулевой начальной скоростью. Коэффициент трения равен  $k$ . Струя газов из реактивного двигателя направлена вниз и назад под изменяемым углом  $\alpha$  к горизонтали при скорости истечения относительно платформы  $u$  и расходе топлива в единицу времени  $\mu$ . Полная начальная масса платформы, двигателя и топлива равна  $M_0$ . Найти условие достижения максимальной скорости и зависимость скорости от времени при выполнении этого условия.

**3А.** Две частицы с одинаковыми массами  $m = 0,5 \text{ МэВ}/c^2$  и кинетическими энергиями  $K = 5 \text{ МэВ}$  движутся вдоль одной прямой навстречу друг другу. После упругого столкновения одна из частиц изменила направление своего движения на  $90^\circ$ . Определить угол отклонения другой частицы после столкновения в системе отсчета, где она покоилась до столкновения.

**4А.** Андрей, Борис и Виктор расположены вдоль одной прямой так, что Андрей находится в неподвижном состоянии между Борисом и Виктором, которые движутся навстречу друг другу со скоростями  $v = 0,6c$  ( $c$  — скорость света). При встрече Бориса с Андреем последний устанавливает свои часы по часам Бориса, и, начиная с этого момента, Борис посылает Андрею короткие световые импульсы. Последний импульс Борис посылает при встрече с Виктором. Между встречами по часам Бориса прошел 1 час. При встрече Бориса с Виктором последний устанавливает свои часы по часам Бориса и начинает посылать такие же световые импульсы Андрею. Последний сигнал Виктор посылает при встрече с Андреем. Между встречами Виктора с Борисом и Андреем прошел 1 час по часам Виктора. Определить промежуток времени по часам Андрея между первой и последней встречами. Андрей получил одно и то же количество импульсов от Бориса и Виктора.

**5А.** На платформе, стоящей на столе, установлен кронштейн с маятником, в виде груза, подвешенного на невесомой нити. Массы платформы и груза одинаковы, длина нити  $l = 19,6$  см. Трение между платформой и столом отсутствует. В момент времени  $t = 0$  платформе сообщается скорость  $v_0 = 1 \text{ см/с}$  в горизонтальном направлении. Найти максимальную скорость груза маятника и время, через которое достигается эта скорость.

## Контрольная работа 2000 года. Вариант Б

**1Б.** При столкновении двух метеоритов с массами  $4m$  и  $m$  происходит их нагрев и полное испарение. Определить их минимальную относительную скорость  $v_{\min}$ , если теплота нагревания и испарения 1 г вещества метеоритов составляет  $Q = 10^{10}$  эрг/г.

**2Б.** Платформа, на которой установлен реактивный двигатель с постоянным расходом топлива в единицу времени, создающий струю газов со скоростью истечения относительно платформы  $u$ , начинает движение по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Коэффициент трения между платформой и плоскостью равен  $k$ . Начальная скорость равна нулю, а полная начальная масса, включая платформу, двигатель и топливо, составляет  $M_0$  (запаса топлива достаточно на всё время скатывания). Для замедления скатывания двигатель ориентируют так, чтобы газовая струя была направлена перпендикулярно поверхности наклонной плоскости, прижимая платформу и увеличивая трение. Какой максимальной скорости достигнет платформа за время спуска, если её масса в момент максимальной скорости была равна  $M$ ?

**3Б.** Две частицы с одинаковыми массами  $m = 0,5 \text{ МэВ}/c^2$  и кинетическими энергиями  $K = 5 \text{ МэВ}$  движутся вдоль одной прямой навстречу друг другу. После упругого столкновения первая частица изменила направление своего движения на  $90^\circ$ . Определить угол отклонения второй частицы после столкновения в системе отсчета, где первая частица покоилась до столкновения.

**4Б.** От межпланетной станции удаляются в одном направлении два космических корабля с различными скоростями. Скорость первого (ближнего к станции) корабля относительно станции составляет  $v_1 = 0,6c$  ( $c$  — скорость света). Короткие световые импульсы, отправляемые со станции с интервалом  $T$  по её часам принимаются на первом корабле. В момент получения импульсов от станции с первого корабля отправляются свои импульсы на второй корабль. Второй корабль получает эти импульсы одновременно с импульсами от станции через промежутки времени  $3T$  по своим часам. Определить скорость  $u$  второго корабля относительно первого и относительно станции  $v$ .

**5Б.** На платформе, стоящей на столе, установлен кронштейн с маятником в виде груза, подвешенного на невесомой нити. Массы платформы и груза маятника одинаковы, длина нити  $l = 19,6$  см. Трение между платформой и столом отсутствует. В момент времени  $t = 0$  грузу маятника сообщают скорость  $v = 1 \text{ см/с}$  в горизонтальном направлении. Определить максимальную скорость платформы и время, через которое эта скорость достигается.

## Контрольная работа 2001 года. Вариант А

**1А.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит длинная доска массой  $M$ . Хоккейная шайба массой  $m = M/10$  падает на доску со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту и после удара скользит по ней. Коэффициент трения между шайбой и доской  $k = 0,3$  не зависит от скорости и силы давления шайбы на доску. Определите время, через которое прекратится скольжение шайбы по доске.

**2А.** Два шарика, массы которых  $m_1 = 4m$  и  $m_2 = m$ , движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. После упругого столкновения тяжёлый шарик отклоняется от первоначального направления движения на максимально возможный при таком столкновении угол. Определите угол отклонения лёгкого шарика от первоначального направления движения.

**3А.** Через неподвижный блок перекинута верёвка, на которой висят в равновесии два ведра с водой. Масса каждого ведра с водой  $m = 10$  кг. В боковой стенке одного из вёдер образовались щели, из которых начинает вытекать вода с постоянным расходом  $\mu = 20$  см<sup>3</sup>/с и скоростью относительно ведра, направленной перпендикулярно боковым стенкам. Количество щелей — чётное число, и они расположены симметрично относительно оси ведра. Определите скорость вёдер в момент, когда вытечет 200 см<sup>3</sup> воды. Массы блока и верёвки, силу трения не учитывать.

**4А.** Частица массой  $m_1 = 3m_0$  с импульсом  $p_1 = 4m_0c$ , движущаяся вдоль оси  $x$ , сталкивается с частицей массой  $m_2 = 4m_0$  с импульсом  $p_2 = 3m_0c$ , движущейся вдоль оси  $y$  ( $c$  — скорость света). Определите скорость центра инерции системы  $v$  и направление его движения (тангенс угла  $\alpha$  с осью  $x$ ).

**5А.** Частица массой  $m$  начинает двигаться под действием постоянной по величине и направлению силы  $F$ . Определите расстояние, пройденное частицей за время, за которое скорость частицы достигнет значения  $v = 0,8c$ .

## Контрольная работа 2001 года. Вариант Б

**1Б.** На гладкой горизонтальной поверхности лежит длинная доска массой  $M$ . Хоккейная шайба массой  $m = M/10$  падает на доску со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту и после удара скользит по ней. Коэффициент трения между шайбой и доской не зависит от скорости и силы давления на доску. Время, через которое прекратится скольжение по доске, равно  $t_0 = 1$  с. Определите коэффициент трения  $k$ .

**2Б.** Два одинаковых шарика движутся навстречу друг другу со скоростями, отличающимися по модулю в 2 раза. После их упругого столкновения замечен угол отклонения более быстрого шарика от первоначального направления движения. В системе центра масс он оказался равен  $\alpha = 90^\circ$ . Определите углы отклонения шариков от первоначального направления движения в лабораторной системе отсчёта.

**3Б.** Через неподвижный блок перекинута верёвка, на которой висят в равновесии два ведра с водой. Масса каждого ведра с водой  $m = 10$  кг. В боковых стенках образовались щели, из которых начинает вытекать вода с постоянным расходом для одного  $\mu_1 = 30$  см<sup>3</sup>/с и для другого  $\mu_2 = 20$  см<sup>3</sup>/с. Скорость истечения воды относительно ведра направлена перпендикулярно боковым стенкам. Количество щелей в каждом ведре — чётное число, и они расположены симметрично относительно оси ведра. Определите скорость вёдер через 10 с. Массы блока и верёвки, силу трения не учитывать.

**4Б.** Частица массой  $m_1 = 8m_0$  движется вдоль оси  $x$ , а частица массой  $m_2 = 6m_0$  — вдоль оси  $y$ . Энергии обеих частиц одинаковы и равны  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 10m_0c^2$  ( $c$  — скорость света). Определите скорость центра инерции системы и направление его движения (тангенс угла  $\alpha$  с осью  $x$ ).

**5Б.** Частица массой  $m$  начинает двигаться под действием постоянной по величине и направлению силы  $F$ . Определите, через какое время по собственным часам частица достигнет скорости  $v = 0,8c$ .

Указание:  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ .

## Контрольная работа 2002 года. Вариант А

**1А.** Частица массой  $m$ , движущаяся со скоростью  $v$ , догоняет частицу массой  $4m$ , движущуюся в том же направлении. В результате упругого столкновения угол отклонения догоняющей частицы в системе центра инерции вдвое превышает угол её отклонения в лабораторной системе отсчёта. Найти начальную скорость второй частицы. Скорости нерелятивистские.

**2А.** Ракета поднимается вертикально с постоянной скоростью  $v$  в однородном поле тяжести Земли. Во время полёта на неё действует сила сопротивления  $F_c = kv^2$ , где  $k$  — постоянный коэффициент пропорциональности. Определить массу ракеты через время полёта  $t$ , если её начальная масса равна  $m_0$ . Скорость истечения газов постоянная и равна  $u$ .

**3А.** Протон с кинетической энергией, равной энергии покоя, сталкивается с протоном, летящим перпендикулярно первому. При какой кинетической энергии второго протона в таком столкновении возможно рождение протон-антипротонной пары? Энергия покоя протона  $E_0 = 938$  МэВ.

**4А.** Приёмник, находящийся в звездном корабле «Энтерпрайз» с собственной длиной  $L_0 = 18$  м, получил сигналы, посланные из головы и хвоста корабля, одновременно в момент, когда корабль пролетал мимо неподвижного маяка. Разница между моментами времени, когда были посланы сигналы из головы и хвоста корабля, по часам маяка равна  $\tau = 6 \cdot 10^{-8}$  с. Определить место расположения приёмника в системе отсчёта корабля, если скорость корабля  $v = 0,8c$  ( $c$  — скорость света).

**5А.** На столе лежит тонкое однородное кольцо радиусом  $r$ . При поступательном движении кольца с постоянной скоростью  $v$  сила торможения равна  $F_0$ . Пусть при движении центра кольца с той же скоростью  $v$  оно вращается с угловой скоростью  $\omega \gg v/r$  вокруг оси, проходящей через центр кольца и перпендикулярной его плоскости. Коэффициент трения кольца о стол не зависит от его скорости и типа движения. Определить силу торможения  $F$ .

## Контрольная работа 2002 года. Вариант Б

**1Б.** Частица массой  $m$ , движущаяся со скоростью  $v$ , упруго сталкивается с частицей, движущейся навстречу первой со скоростью  $2v$ . При этом угол отклонения первой частицы в лабораторной системе отсчёта оказался вдвое меньше угла её отклонения в системе центра инерции. Найти массу второй частицы. Скорости нерелятивистские.

**2Б.** Электронная система самолёта, летящего горизонтально на высоте  $H = 10$  км с постоянной скоростью  $v_0 = 300$  м/с, обнаруживает цель на Земле прямо под ним. Пилот запускает ракету в горизонтальном направлении, которая поражает цель. Скорость истечения газов относительно ракеты постоянная и равна  $u = 1000$  м/с, корпус ракеты во время её полёта горизонтален. Масса ракеты во время полёта изменяется по закону

$$m(t) = m_0 e^{-t/\tau}.$$

Определить  $\tau$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.

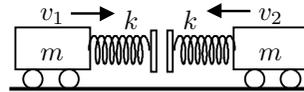
**3Б.** Два протона с одинаковыми кинетическими энергиями сталкиваются под прямым углом. При каком значении кинетической энергии протонов в таком столкновении возможно рождение протон-антипротонной пары? Энергия покоя протона  $E_0 = 938$  МэВ.

**4Б.** Приёмник, находящийся в звездном корабле «Энтерпрайз» с собственной длиной  $L_0 = 20$  м, получил сигналы, посланные из головы и хвоста корабля, одновременно в момент, когда корабль пролетал мимо неподвижного маяка. Приёмник расположен на расстоянии  $x_0 = 8$  м от хвоста в системе отсчёта корабля. Определить разницу  $\tau$  между моментами времени, когда были посланы сигналы из головы и хвоста корабля по часам маяка, если скорость корабля  $v = 0,6c$  ( $c$  — скорость света).

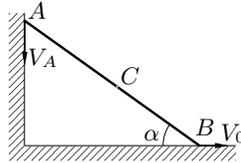
**5Б.** На столе лежит тонкое однородное кольцо радиусом  $r$ . При поступательном движении кольца с постоянной скоростью  $v$  сила торможения равна  $F_0$ . Пусть при движении центра кольца с той же скоростью  $v$  оно вращается с угловой скоростью  $\omega = v/r$  вокруг оси, проходящей через центр кольца и перпендикулярной его плоскости. Коэффициент трения кольца о стол не зависит от скорости и типа движения. Определить силу торможения  $F$ .

## Контрольная работа 2003 года. Вариант А

**1А.** Два одинаковых вагона массой  $m$  каждый движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  и ударяются пружинами, имеющими жёсткость  $k$ . Найдите время соударения.



**2А.** Твёрдый стержень длиной  $l$  скользит по вертикальной и горизонтальной осям, причём скорость точки  $B$  постоянна и равна  $V_0$ . Найдите величину и направление ускорения  $a$  середины стержня  $AB$  (точки  $C$ ) в тот момент, когда стержень образует с горизонтом угол  $\alpha$ .



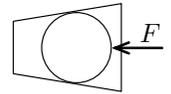
**3А.** Ракета стартует вертикально в однородном поле тяжести Земли. Масса ракеты меняется по закону  $m = m_0 e^{-\alpha t}$ , где  $\alpha > 0$  — постоянная. Определите, при каком значении  $\alpha$  высота подъёма ракеты за время работы двигателя будет максимальной, и рассчитайте эту высоту. Масса ракеты после сгорания всего топлива составляет  $m_k = 0,1m_0$ . Сопротивлением воздуха пренебречь. Скорость истечения газов относительно ракеты постоянна и равна  $u = 2$  км/с.

**4А.** Электрон, кинетическая энергия которого в 2 раза больше энергии покоя, рассеивает летящий навстречу  $\gamma$ -квант, после чего его кинетическая энергия становится в 3 раза больше энергии покоя. Обе частицы после взаимодействия движутся по исходной прямой. Определите отношение начальной энергии  $\gamma$ -кванта к энергии покоя электрона.

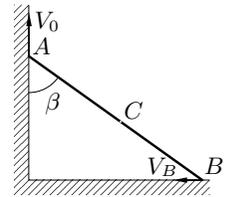
**5А.** Для измерения скорости полёта пули производят выстрел в расположенный на гладкой горизонтальной поверхности массивный груз, закреплённый на пружине. За пренебрежимо малое время пуля застревает в грузе, и по амплитуде  $A = 10$  мм последующих колебаний груза на пружине, зная массу пули  $m$ , массу груза  $M$  и жёсткость пружины  $k$ , вычисляется скорость пули  $v$ . Какая относительная ошибка в определении скорости пули ( $\Delta v/v$ ) была допущена из-за того, что экспериментатор не заметил, что до попадания пули груз совершал колебания с небольшой амплитудой  $a = 1$  мм, а пуля попала в груз в момент прохождения им положения равновесия?

## Контрольная работа 2003 года. Вариант Б

**1Б.** В неподвижную коническую трубу с постоянной силой вдавливается резиновый шар массой  $m$ . Вследствие сужения трубы сила трения растёт пропорционально расстоянию от входного отверстия трубы с коэффициентом пропорциональности  $k$ . Определить время  $T$ , через которое шар остановится, если начальная скорость шара равна нулю.



**2Б.** Твёрдый стержень длиной  $l$  скользит по вертикальной и горизонтальной осям, причём скорость точки  $A$  постоянна и равна  $V_0$ . Найдите величину и направление ускорения  $a$  середины стержня  $AB$  (точки  $C$ ) в тот момент, когда стержень образует с вертикальной осью угол  $\beta$ .



**3Б.** Ракета стартует вертикально в однородном поле тяжести Земли и, поднимаясь с постоянным ускорением  $a = 10g$ , набирает скорость  $v = 8$  км/с. Какую долю стартовой массы ракеты должно составлять топливо? Скорость истечения газов относительно ракеты постоянна и равна  $u = 2$  км/с.

**4Б.** Электрон, кинетическая энергия которого равна энергии покоя, рассеивает летящий навстречу ему  $\gamma$ -квант, энергия которого равна полной энергии электрона. После этого обе частицы движутся вдоль исходной прямой. Определите отношение кинетической энергии электрона после рассеяния к его полной энергии.

**5Б.** Для измерения скорости пули производят выстрел в расположенный на гладкой горизонтальной поверхности массивный груз, закреплённый на пружине. За пренебрежимо малое время пуля застревает в грузе, и по амплитуде  $A = 10$  мм последующих колебаний груза на пружине, зная массу пули  $m$ , массу груза  $M$  и жёсткость пружины  $k$ , вычисляется скорость пули  $v$ . Какая относительная ошибка в определении скорости пули ( $\Delta v/v$ ) была допущена из-за того, что экспериментатор не заметил, что до попадания пули груз совершал колебания с небольшой амплитудой  $a = 1$  мм, а пуля попала в груз в момент его максимального отклонения от положения равновесия?

## Контрольная работа 2004 года. Вариант А

**1А.** Определить относительное изменение конечной скорости ракеты при увеличении запаса топлива на  $(M_{T2} - M_{T1})/M_{T1} = 5\%$  при постоянной массе конструкции  $M_k$ . Отношение стартовой массы ракеты к конечной массе составляет в первом случае  $M_{01}/M_k = 10$ . Скорость истечения газов постоянна и одинакова в обоих случаях. Ракета движется в свободном пространстве.

**2А.** Из пушки выпущен снаряд под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту со скоростью  $v_0 = 700$  м/с. Сила сопротивления воздуха  $\vec{F} = -k\vec{v}$ , где  $k$  — постоянная. Определить максимальную высоту подъёма, если известно, что при падении снаряда с большой высоты его установившаяся скорость  $v_\infty = 200$  м/с.

**3А.** Отношение скоростей двух одинаковых релятивистских частиц, летящих в одном направлении, равно  $k = 7/3$ . Скорость центра инерции системы двух частиц  $\beta = v/c = 1/2$ . Определить скорости частиц.

**4А.** По теории, разработанной Г. Герцем, при столкновении упругого шара со стенкой сила взаимодействия пропорциональна деформации  $x$  шара в степени  $3/2$ , т. е.  $F(x) = kx^{3/2}$ , где  $k$  — некоторая постоянная. Сравнить длительности соударения шара, движущегося со скоростью  $v_0$ , с покоящейся стенкой и с удаляющейся стенкой, скорость которой равна  $0,95v_0$ . Деформацией стенки пренебречь.

**5А.** Релятивистский пион падает в поле тяжести Земли. В некоторый момент времени, когда скорость пиона составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с направлением действующей на него силы, ускорение пиона составляет с этой силой угол  $45^\circ$ . Определить скорость пиона.

## Контрольная работа 2004 года. Вариант Б

**1Б.** Определить относительное изменение конечной скорости ракеты при уменьшении массы конструкции на  $(M_{k2} - M_{k1})/M_{k1} = 5\%$  при постоянной массе топлива  $M_T$ . Отношение стартовой массы ракеты к конечной массе составляет в первом случае  $M_{01}/M_{k1} = 10$ . Скорость истечения газов постоянна и одинакова в обоих случаях. Ракета движется в свободном пространстве.

**2Б.** Из пушки, установленной на некоторой высоте  $H$ , производится выстрел в горизонтальном направлении с начальной скоростью снаряда  $v_0 = 600$  м/с. Сила сопротивления воздуха  $\vec{F} = -k\vec{v}$ , где  $k$  — постоянная величина. Снаряд пролетает в горизонтальном направлении расстояние  $L = 4,7$  км. Определить высоту  $H$  и время полёта снаряда  $\tau$ , если известно, что при падении снаряда с большой высоты его установившаяся скорость  $v_\infty = 200$  м/с.

**3Б.** Отношение скоростей двух одинаковых релятивистских частиц, летящих навстречу друг другу, равно  $k = -7/2$ . Скорость центра инерции системы двух частиц  $\beta = v/c = 1/2$ . Определить скорости частиц.

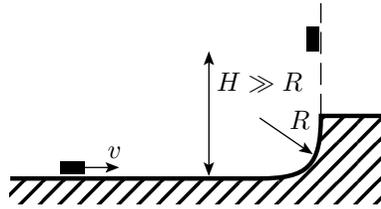
**4Б.** По теории, разработанной Г. Герцем, при столкновении упругого шара со стенкой сила взаимодействия пропорциональна деформации  $x$  шара в степени  $3/2$ , т. е.  $F(x) = kx^{3/2}$ , где  $k$  — некоторая постоянная. Сравнить длительности соударения шара, движущегося со скоростью  $v_0$ , с покоящейся стенкой и с приближающейся стенкой, скорость которой составляет  $10v_0$ .

**5Б.** Релятивистский мюон падает в поле тяжести Земли. В некоторый момент времени направление вектора ускорения мюона составляет угол  $45^\circ$  с направлением действующей на него силы. При какой минимальной скорости частицы это возможно?

## Контрольная работа 2005 года. Вариант А

**1А.** На рельсах стоят вплотную друг к другу две тележки. Собака массой  $m = 25$  кг, сидевшая в дальнем конце более высокой тележки, начинает двигаться с постоянным ускорением  $a_{\text{отн}}$  относительно тележки и, добежав до её края, не меняя величины и направления набранной к этому моменту скорости, пытается попасть на низкую тележку. При каком минимальном значении  $a_{\text{отн}}$  ей это удастся? Длина высокой тележки  $l = 10$  м, её масса  $M = 100$  кг, по рельсам она может двигаться без трения; вторая тележка ниже на  $h = 30$  см.

**2А.** Небольшое тело, скользящее по горизонтальной поверхности, наезжает на расположенное в вертикальной плоскости закругление, после чего тело подлетает вертикально вверх. Определить величину коэффициента трения  $\mu$  тела о закругление, если это трение уменьшает высоту максимального подъёма тела на 12%. Считать, что радиус закругления мал по сравнению с высотой подъёма, а размер тела много меньше радиуса закругления.



**3А.** Две частицы движутся в перпендикулярных направлениях со скоростями  $v_1 = 0,65c$  и  $v_2 = 0,8c$ . Определить скорость одной частицы относительно другой.

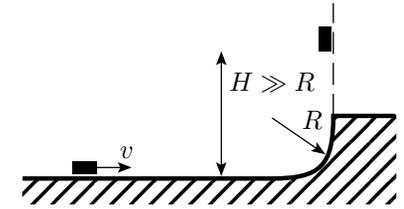
**4А.** В пучке одинаковых нерелятивистских частиц с кинетической энергией  $K$  происходят двухчастичные распады, в результате которых образуются частицы только двух видов. Продукты распада одного вида вылетают из пучка первичных частиц под углами к первоначальному направлению, не превышающими  $\alpha_1$ , а другого —  $\alpha_2$ . Найти кинетическую энергию, выделяющуюся при распаде первичной частицы.

**5А.** С самолёта, летящего на высоте  $H = 3$  км горизонтально и с постоянной скоростью  $v_0 = 300$  м/с, запускается ракета с начальной массой  $m_0 = 100$  кг для поражения неподвижной цели на земле. В момент старта ракеты самолёт находится непосредственно над целью. С точки зрения лётчика ракета движется с постоянным ускорением по прямой, под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту и поражает цель. Под каким углом  $\beta$  к горизонту относительно самолёта должны истекать газы из сопел ракеты? Скорость истечения газов относительно ракеты  $u = 1$  км/с. По какому закону при этом изменяется масса ракеты  $m(t)$  и чему она равна в момент её попадания в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

## Контрольная работа 2005 года. Вариант Б

**1Б.** Теплоход, стоявший кормой вплотную к причалу, отходит, двигаясь с постоянным ускорением  $a$ . Зазевавшийся абориген в тот же момент стартует из точки, находящейся на расстоянии  $l = 10$  м от кормы, и, двигаясь с ускорением  $a_{\text{отн}} = 3$  м/с<sup>2</sup> относительно палубы, без дополнительного толчка «вылетает» по направлению к причалу. При каких значениях  $a$  он попадёт на причал? Для благополучного «приземления» его центр тяжести за время полёта должен опуститься не более чем на  $h = 30$  см.

**2Б.** Небольшая шайба, скользящая по горизонтали, наезжает со скоростью  $v = 2$  м/с на расположенное в вертикальной плоскости закругление, после чего подлетает вертикально вверх на высоту  $H = 18$  см. Определить коэффициент трения  $\mu$  шайбы о закругление, полагая, что радиус закругления  $R \ll H$ , а размер шайбы много меньше  $R$ .



**3Б.** Две частицы движутся в перпендикулярных направлениях со скоростями  $v_1 = 0,6c$  и  $v_2 = 0,9c$ . Определить угол  $\theta$  между скоростью второй частицы относительно первой и направлением скорости первой частицы в лабораторной системе отсчёта.

**4Б.** В серии экспериментов по регистрации распадов некоторой нерелятивистской частицы с кинетической энергией  $K$  на две одинаковые частицы обнаружено, что минимальный угол разлёта продуктов распада составляет  $\alpha$  и достигается при симметричном распаде. Какая кинетическая энергия выделяется при распаде?

**5Б.** Зенитная ракета массой  $m_0 = 1$  т стартует с пусковой установки (ПУ), наклонённой к горизонту под углом  $\alpha = 45^\circ$  в момент времени, когда сбиваемый самолёт находится непосредственно над ПУ на высоте  $H = 10$  км и движется, оставаясь на этой высоте, с постоянной скоростью  $v_0 = 900$  км/час. Под каким углом  $\beta$  к горизонту должны истекать газы из сопел при их скорости относительно ракеты  $u = 1$  км/с, чтобы, двигаясь по прямой с постоянным ускорением, ракета попала в цель? Как при этом должен меняться расход топлива  $\mu(t)$  в кг/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**1А.** Дождевые капли, опускающиеся в начале падения ускоренно, вследствие силы сопротивления воздуха выходят на режим движения с постоянной скоростью  $v_\infty$ , при этом для крупных капель радиусом  $r = 1,7$  мм сила сопротивления воздуха зависит квадратично от их скорости:  $F_{\text{сопр}} = \frac{1}{2}\rho_a\pi r^2 v^2$ , где  $\rho_a = 1,2 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> — плотность воздуха. Вычислите значение  $v_\infty$  и время  $T$ , через которое скорость капли  $v$  составит 99% от  $v_\infty$ .

*Указание.*  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right|$ .

**2А.** Тележка с ракетным двигателем общей начальной массой  $m_0$  начинает разгоняться по горизонтально уложенным рельсам и через некоторое время упруго сталкивается с неподвижной стенкой. На какое максимальное расстояние тележка отъедет от стенки, если скорость тележки перед столкновением равнялась скорости истечения продуктов сгорания ракетного топлива? Расход топлива равен  $\mu = -dm/dt = \text{const}$  в течение всего времени движения тележки, скорость ракетной струи относительно тележки также постоянна и равна  $u$ , трением можно пренебречь.

*Указание.*  $\int \ln(1-x) dx = (1-x) - (1-x)\ln(1-x)$ .

**3А.** Мюон движется в поле тяжести Земли. В некоторый момент времени его скорость равна  $v = 0,95c$ , а величина нормального к траектории ускорения частицы в  $n = 5$  раз больше тангенциального. Какой угол  $\alpha$  составляет в этот момент направление скорости мюона с направлением действующей на него силы?

**4А.** Пионы  $\pi^+$  и  $\pi^0$  родились одновременно в ЛСО на расстоянии  $L = 50$  нм друг от друга и двигаются навстречу друг другу вдоль одной прямой со скоростями  $v_1 = 0,6c$  и  $v_2 = 0,8c$ . Времена жизни неподвижных  $\pi^+$  и  $\pi^0$  пионов равны, соответственно,  $\tau_1 = 2,6 \cdot 10^{-8}$  с и  $\tau_2 = 8,7 \cdot 10^{-17}$  с. Успеют ли пионы долететь друг до друга до того, как распадется хотя бы один из них?

**5А.** В результате столкновения астероидов два из образовавшихся осколков начали двигаться с одинаковыми скоростями, направленными под углом  $\varphi$  друг к другу. Найдите отношение полуосей орбиты первого осколка, если орбита второго оказалось круговой. Орбиты осколков лежат в одной плоскости, влиянием на движение осколков всех небесных тел, кроме Солнца, можно пренебречь.

**1Б.** Дождевые капли, опускающиеся в начале падения ускоренно, вследствие силы сопротивления воздуха выходят на режим движения с постоянной скоростью  $v_\infty$ , при этом для мелких капель радиусом  $r = 0,2$  мм сила сопротивления воздуха линейно зависит от их скорости:  $F_{\text{сопр}} = 6\pi\eta r v$ , где  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-4}$  г/(см · с) — вязкость воздуха. Вычислите значение  $v_\infty$  и время  $T$ , через которое скорость капли  $v$  составит 99% от  $v_\infty$ .

**2Б.** Ракета с начальной массой  $m_0$  стартует в космосе с массивной платформы перпендикулярно её поверхности. Секундный расход топлива постоянен в течение всего времени полёта, скорость струи сгоревшего топлива относительно ракеты также постоянна и равна  $u$ . Ракетная струя, упруго ударяясь о платформу, передаёт платформе некоторый импульс. Найдите полный импульс, переданный платформе за время разгона ракеты, если платформа является настолько массивной, что изменение её скорости в пространстве пренебрежимо мало. Силами гравитации также можно пренебречь.

*Указание.*  $\int \ln(1-x) dx = (1-x) - (1-x)\ln(1-x)$ .

**3Б.** Релятивистский протон движется в поле тяжести Земли. В некоторый момент времени, когда скорость протона направлена под углом  $\alpha = 0,5$  рад к направлению действующей на него силы, величина нормального к траектории ускорения частицы в  $n = 4$  раза больше тангенциального. Определите скорость протона.

**4Б.** Пионы  $\pi^0$  и  $\pi^+$  родились одновременно в ЛСО на расстоянии  $L = 6$  нм друг от друга и двигаются в одном направлении вдоль одной прямой со скоростями  $v_1 = 0,8c$  и  $v_2 = 0,6c$ . Времена жизни неподвижных  $\pi^0$  и  $\pi^+$  пионов равны, соответственно,  $\tau_1 = 8,7 \cdot 10^{-17}$  с и  $\tau_2 = 2,6 \cdot 10^{-8}$  с. Успеет ли пион  $\pi^0$  догнать  $\pi^+$  до того, как распадется хотя бы один из них?

**5Б.** В результате столкновения астероидов два из образовавшихся осколков стали двигаться по расположенным в одной плоскости орбитам, имеющим эксцентриситеты  $\varepsilon_1 = 0$  и  $\varepsilon_2 = 0,5$  соответственно. Под каким углом разлетелись эти осколки после столкновения, если их начальные скорости были одинаковы? Влиянием на движение осколков всех небесных тел, кроме Солнца, можно пренебречь.

## Контрольная работа 2007 года. Вариант А

**1А.** Мотоцикл движется по горизонтальной поверхности так, что в полярных координатах радиус-вектор  $r$  мотоциклиста образует со скоростью постоянный угол  $\alpha = 45^\circ$ . При этом азимутальный угол  $\varphi$  между радиусом-вектором и осью  $x$  линейно возрастает со временем  $\varphi = kt$  ( $k$  — постоянная). Определить уравнение траектории в полярных координатах  $r(\varphi)$ , и зависимость  $\rho(r)$  радиуса кривизны траектории мотоцикла от  $r$ , если в начальный момент времени  $r = r_0$  и  $\varphi = 0$ .

**2А.** Кобра массы  $m$ , готовясь к броску, поднимается вертикально с постоянным ускорением  $a$ , «раскручиваясь» из неподвижных колёс на горизонтальной поверхности земли. С какой максимальной вертикальной силой действует кобра на землю?

**3А.** Тяжёлая нерелятивистская частица налетает со скоростью  $v$  на более лёгкую покоившуюся частицу и в результате абсолютно упругого удара рассеивается на максимально возможный угол, равный  $\alpha$  ( $\sin \alpha = 1/4$ ). С какой скоростью полетела после рассеяния лёгкая частица?

**4А.** К небесному телу, движущемуся в направлении Земли, посылается мощный модулированный радиолокационный импульс. Скорость небесного тела (определённая по доплеровскому сдвигу частоты отражённого импульса) составляет  $v = 1,2 \cdot 10^5$  км/с. Оцените продольные размеры небесного тела, если максимальный разброс времён прихода импульсов, отражённых от различных частей небесного тела, равен  $\tau = 4,1$  мс.

**5А.** Космический корабль «Венера-экспресс», пройдя ровно 50% пути от Земли к Венере, затратил на это 55,1% времени. Корабль двигался по орбите, касающейся практически круговых орбит Земли и Венеры. Определить период обращения Венеры вокруг Солнца. Влияние планет на корабль не учитывать; считать, что он движется только под действием тяготения Солнца. Считать известной только продолжительность земного года.

## Контрольная работа 2007 года. Вариант Б

**1Б.** Велосипедист движется по траектории, задаваемой в декартовых координатах уравнением  $y = kx^2$  ( $k$  — постоянная), причём его ускорение параллельно оси  $y$  и равно  $a$ . Определить радиус кривизны траектории велосипедиста  $\rho$  как функцию времени.

**2Б.** Кобра массы  $m$  и длины  $l$ , готовясь к броску, поднимается вертикально, «раскручиваясь» из неподвижных колёс на горизонтальной поверхности земли. Ускорение кобры зависит от времени по закону  $a = kt$  ( $k$  — постоянная). Найти максимальное значение вертикальной силы, с которой кобра действует на землю.

**3Б.** Космический корабль массы  $m$  пролетает с выключенными двигателями в такой близости от первоначально неподвижного космического тела, что после ухода от тела корабль отклоняется от исходного направления полёта на угол  $\alpha$ , а величина скорости корабля изменяется от  $v_0$  до  $v$ . Найти массу космического тела.

**4Б.** Звездолёт длиной  $L = 450$  м, на носу и корме которого одновременно вспыхивают навигационные огни, удаляется от Земли с релятивистской скоростью. Какова скорость звездолёта, если по наблюдениям в телескоп с Земли навигационные огни вспыхивают через промежуток времени  $\tau = 2,0$  мкс?

**5Б.** Для определения параметров орбиты вновь открытой планеты необходимо, в частности, измерить её угловую скорость с относительной погрешностью, не превышающей 0,1%. У недавно открытой большой планеты Солнечной системы Седны период обращения  $T = 10500$  лет. В афелии она в десять раз дальше от Солнца, чем в перигелии. В течение какого времени необходимо было наблюдать её вблизи перигелия, чтобы можно было рассчитать параметры её орбиты? Точность измерения угловой координаты  $\alpha_{\min} = 2 \cdot 10^{-7}$  рад. Считать известными орбитальную скорость Земли  $v_0 = 29,8$  км/с и радиус её орбиты  $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$  км = 1 а.е. (астрономическая единица).