

1А	2А	3А	4А	5А	Оценка = $\Sigma/2$

Вариант А

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МЕХАНИКЕ

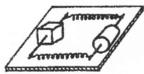
14 января 2012 г.

1А. Угловая скорость прецессии волчка, имеющего форму кругового конуса, опирающего своей вершиной на горизонтальную плоскость, равна Ω . Определить собственную угловую скорость волчка ω , если радиус основания конуса равен r , высота h . Предполагается, что $\omega \gg \Omega$.

2А. Кубик изготовлен из материала с модулем Юнга $E = 10^9$ Па и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,3$. Сторона кубика равна $a = 10$ см. Кубик стоит на гладкой горизонтальной абсолютно твёрдой поверхности между двумя гладкими абсолютно твёрдыми стенками, расстояние между которыми равно также a . Насколько изменится объём кубика, если к его верхней грани приложить силу $F = 10^3$ Н, направленную вертикально вниз и равномерно распределённую по площади грани?



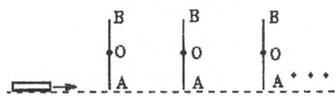
3А. Кубик и сплошной однородный цилиндр, массы которых равны m , лежат на столе и связаны двумя пружинами жёсткостью k каждая. Кубик на своей части стола скользит без трения, а цилиндр, свободно вращаясь вокруг оси симметрии, катается без проскальзывания. Определить частоту колебаний в системе. Какова амплитуда колебаний центра масс системы, если длина пружины в ходе колебаний меняется от l_1 до l_2 ?



4А. На горизонтальной поверхности расположены два диска радиуса R . Один из них (с центром в точке O') обкатывает неподвижный диск (с центром в точке O) без проскальзывания. Скорость центра движущегося диска равна V_0 . По движущемуся диску с постоянной скоростью $V' = V_0/2$ относительно него к центру диска ползёт муха массы m . Найти величину силы трения, действующую на муху в момент времени, когда \vec{V}' и \vec{V}_0 лежат на одной прямой, и расстояние от мухи до точки O' равно $R/2$ (см. рисунок).



5А. Брусок скользит по гладкой горизонтальной поверхности и последовательно упруго сталкивается с рядом тонких жёстких стержней АВ, расположенных на этой поверхности. Каждый стержень может без трения вращаться вокруг вертикальной оси О, проходящей через его середину. Линейная плотность материала стержня $\rho(x) = \rho_0(2 - x/L)$, где x – расстояние, отсчитываемое от одного из концов стержня вдоль его оси, L – длина стержня; отношение массы стержня к массе бруска равно 2. Найти отношение длины бруска l к длине стержня, если скорость бруска после взаимодействия со стержнем равна его начальной скорости. Указание. Для решения задачи достаточно рассмотреть взаимодействие бруска только с одним стержнем.



Примечание. Задача является механическим аналогом оптического эффекта самоиндуцированной прозрачности: при определённом соотношении параметров оптического импульса и двухуровневой резонансной среды оптический импульс распространяется в такой среде без поглощения.

1Б	2Б	3Б	4Б	5Б	Оценка = $\Sigma/2$

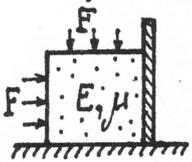
Вариант Б

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МЕХАНИКЕ

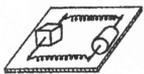
14 января 2012 г.

1Б. Однородный тонкий стержень длиной $2l$ за середину подвешен на нити. На один из концов стержня надето велосипедное колесо, которое вращается вокруг стержня с большой постоянной угловой скоростью ω . Определить угловую скорость Ω прецессии стержня с колесом, если масса обода M , масса всех спиц m , радиус кольца r . Толщина обода и спиц мала по сравнению с радиусом колеса. Массой стержня пренебречь. Сопротивлением нити на кручение пренебречь.

2Б. Кубик изготовлен из материала с модулем Юнга $E = 10^9$ Па и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,3$. Сторона кубика равна $a = 10$ см. Кубик стоит на гладкой горизонтальной абсолютно твёрдой поверхности, касаясь одной гранью гладкой абсолютно твёрдой стенки. Насколько изменится объём кубика, если к его верхней грани приложить силу $F = 10^3$ Н, направленную вертикально вниз и равномерно распределённую по площади грани, и при этом ещё к грани, противоположной стенке, приложить такую же силу, направленную к стенке и также равномерно распределённую по площади грани?



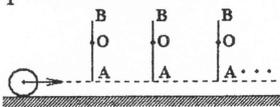
3Б. Кубик массы m и сплошной однородный цилиндр лежат на столе и связаны двумя пружинами жёсткостью k каждая. Кубик по своей части стола скользит без трения, а цилиндр, свободно вращаясь вокруг оси симметрии, катается без проскальзывания. После возбуждения колебаний в системе амплитуды перемещения кубика и цилиндра оказались равными. Определить массу цилиндра M и период малых колебаний в системе. Какова амплитуда колебаний центра масс системы, если длина пружины в ходе колебаний меняется от l_1 до l_2 ?



4Б. Два плоских диска радиуса R расположены на столе. Один из них (с центром в точке O') обкатывает неподвижный диск (с центром в точке O) без проскальзывания так, что скорость его центра равна V_0 . Муха массы M ползёт по движущемуся диску по направлению к его центру с постоянной скоростью $V' = V_0/4$ относительно него. Определить величину силы трения, которая действует на муху в момент времени, когда $\vec{V}' \perp \vec{V}_0$ и расстояние от мухи до точки O' равно $2R/3$ (см. рисунок).



5Б. По гладкой горизонтальной поверхности без вращения скользит гладкий шар, который последовательно упруго сталкивается с рядом тонких жёстких стержней АВ, расположенных в вертикальной плоскости. Каждый стержень может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси O , проходящей через его центр масс. Линейная плотность материала стержня $\rho(x) = k \cdot x$, где x – расстояние, отсчитываемое от точки А вдоль стержня, k – константа. Отношение радиуса шара к длине стержня равно $\pi/12$. Найти отношение массы стержня к массе шара, если скорость шара после взаимодействия со стержнем равна его начальной скорости. Указание. Для решения задачи достаточно рассмотреть взаимодействие шара только с одним стержнем.



Примечание. Задача является механическим аналогом оптического эффекта самоиндуцированной прозрачности: при определённом соотношении параметров оптического импульса и двухуровневой резонансной среды оптический импульс распространяется в такой среде без поглощения.