

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МЕХАНИКЕ

(14 января 2010 г.)

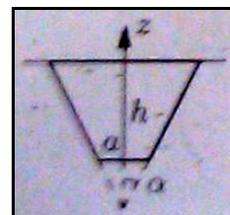
Вариант А

1А. Тонкостенную бочку, заполненную жидкостью, надо вкатить на борт корабля по трапу, наклонённому под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту ($\sin 15^\circ = 0,2588$). Масса пустой бочки $m_1 = 20$ кг, причём, половина этой массы приходится на днища. Опытные рабочие разгоняют бочку так, что она катится без проскальзывания сначала по горизонтальной плоскости со скоростью $v_0 = 3$ м/с, а затем по трапу, и через время $\tau = 1,3$ с после начала подъёма останавливается. Вязкость жидкости настолько мала, что жидкость за всё время движения практически не вовлекается во вращение. Определите массу жидкости m_2 .

2А. Амплитуда малых колебаний маятника в виде шара, подвешенного на шнуре длиной $l = 30$ м, за время $\tau = 12$ часов уменьшилась вдвое. Определить массу шара m , считая, что на шнур, масса которого много меньше массы шара, действует сила сопротивления, величина которой в расчёте на единицу длины равна $f = 10\eta v$, где $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с) — коэффициент вязкости воздуха, v — скорость. Силой вязкого сопротивления, действующей на шар маятника, и трением в точке подвеса можно пренебречь.

3А. С космической станции, обращающейся по круговой околоземной орбите радиусом $R_0 = 13420$ км, на геостационарную орбиту радиуса $R_{гс} = 42164$ км отправляется спутник массой $m = 1000$ кг. Перемещение спутника осуществляется с помощью плазменного двигателя с постоянной малой тягой $F = 0,458$ Н, вектор которой всё время направлен по касательной к траектории. Сколько суток будет продолжаться перелёт при непрерывной работе двигателя? Произведение гравитационной постоянной на массу Земли $GM = 3,986 \cdot 10^5$ км³/с². Изменением массы спутника за время перелёта можно пренебречь.

4А. Для исследования поверхности материалов методом атомно-силовой микроскопии используются зонды различной формы. Один из таких зондов имеет форму усечённого конуса высотой h с углом раствора $2\alpha = 22^\circ$. Конус заканчивается плоской рабочей площадкой радиусом $a = 5$ нм, при этом выполняется неравенство $a \ll h$. Определить изменение Δ высоты зонда при его сжатии силой $F = 5 \cdot 10^{-7}$ Н, направленной вдоль оси z . Модуль Юнга материала зонда $E = 1,5 \cdot 10^{11}$ Па. Изменением поперечных сечений при деформации пренебречь. Считать силу равномерно распределённой по площади сечения зонда.



5А. Карлсон катается на карусели, вращающейся с частотой $N_c = 0,1$ об/с, стоя строго вертикально на расстоянии $R = 1$ м от оси карусели. Масса Карлсона $m = 30$ кг, рост $h = 80$ см, частота вращения пропеллера $n_{пр} = 50$ об/с, момент инерции пропеллера $I = 0,1$ кг·м². Можно считать, что пропеллер вращается в центре масс Карлсона на середине его роста. Найдите направление и величину силы тяги пропеллера F_T .

