

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Уравнения математической физики»

3 курс, 6 семестр, 2021-2022 уч. г., поток Бурского В.П.

(с рекомендуемыми страницами в литературных источниках)

1. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка в окрестности точки в случае двух переменных. [4] – 17-23 или [1] – 47-52.
2. Приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка в точке и их классификация. [4] – 27-30 или [1] – 43-45.
3. Задача Коши для уравнения колебания струны. Представление решения. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера. Теорема существования и единственности классического решения. [4] – 39-42, 60-62 или [1] – 43-45.
4. Начально-краевая задача для уравнения колебания струны на полуоси. Условия согласования начальных и граничных данных. [4] – 70-73, [1] – 61,63.
5. Смешанная задача для волнового уравнения в  $\mathbb{R}^n$ . Закон сохранения энергии. Априорная оценка решения (без доказательства). Единственность классического решения. [1] – 348-353.
6. Понятие о корректной постановке задачи математической физики (по Адамару). Пример Адамара некорректно поставленной задачи Коши (для уравнения Лапласа). Корректность смешанной задачи для волнового уравнения в  $\mathbb{R}^n$  из априорной оценки решения. [4] – 66,69, [1] – 61,63.
7. Задача Коши для волнового уравнения в  $\mathbb{R}^3$  и в  $\mathbb{R}^2$ . Принцип Дюамеля. Формула Кирхгофа (без доказательства). Метод спуска. Формула Пуассона. [4] – 64-65 и 47-50, 57-62 или [7] – 186-189.
8. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения колебания струны на конечном отрезке. Условия согласования начальных и граничных данных. [4] – 79-86.
9. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Представление решения формулой Пуассона. Принцип Дюамеля. [7] 186-189 (для  $f=0$ ) и [4] – 121.
10. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Единственность классического решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области. [4] – 94-96, 98-99.
11. Дельта - образная последовательность. Формула Пуассона для решения уравнения теплопроводности с непрерывной начальной функцией. [1] – 114-115, [4] – 193, 103-110, 113-114.
12. Пространства Шварца  $S$  и  $S'$ . Свертка функций, ее свойства. [4] – 201-203, 205-207.
13. Преобразование Фурье и его свойства. Фундаментальное решение оператора с постоянными коэффициентами. [4] – 200-201, 204-205, 207-208, 222-224.
14. Фундаментальное решение задачи Коши для уравнения с постоянными коэффициентами, его применение для решения задачи Коши. [4] – 229-232.
15. Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Фундаментальное решение оператора Лапласа. [4] – 224-226, 232-235.
16. Симметричный оператор в гильбертовом пространстве, свойства его собственных чисел и собственных функций. Формулы Грина и симметричность оператора Лапласа в  $L_2(G)$  с граничными условиями. Теорема о полноте системы собственных функций оператора Лапласа с граничными условиями (без доказательства). [1] – 244-249, 251.
17. Формула представления решения уравнения Пуассона. Потенциалы, их физический смысл и их свойства (без доказательства). [4] – 243-245, [1] – 282-287.
18. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Интеграл Пуассона в  $\mathbb{R}^3$ . [4] – 257-258, 261-266.

19. Теорема о среднем для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций в ограниченной области. Единственность классического решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в ограниченной области. [4] – 251-254.
20. Теорема об устранимой особенности для гармонических функций. [4] – 254-256.
21. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Теорема существования и единственности обобщенного решения краевой задачи для уравнения Пуассона в ограниченной области. Понятие о повышении гладкости решения. [7] – 131-133, 136-138.
22. Метод Фурье решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и во внешности круга. Внешние краевые задачи, условия на бесконечности. Метод Фурье решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре и вне шара. Сферические функции. [4] – 178-181, 270-282.
- 

#### **Литература:**

- [1] Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [4] Уроев В.М. Уравнения математической физики. Москва: ИФ Яуза, 1998.
- [7] Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва: БИНОМ, 2005.
-